

**METACOGNICIÓN Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: EL CASO  
DE LA FUNCIÓN LINEAL**

**JENNY DANIELA GUTIÉRREZ GUTIÉRREZ  
JULIÁN ANDRÉS VARGAS VELÁSQUEZ**

**UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN  
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
VILLAVICENCIO  
2019**

**METACOGNICIÓN Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: EL CASO  
DE LA FUNCIÓN LINEAL**

**JENNY DANIELA GUTIÉRREZ GUTIÉRREZ.**

**Código:141003308**

**JULIÁN ANDRÉS VARGAS VELÁSQUEZ.**

**Código:141003118**


**Trabajo de grado como requisito para optar por el título de Licenciado en  
Matemáticas y Física**

**Director**

**MARÍA TERESA CASTELLANOS SANCHEZ**

**Doctora en Educación**

**UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
VILLAVICENCIO  
2019**

	UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS	CÓDIGO: FO-DOC-97	
		VERSIÓN:02	PÁGINA: 3 de 133
	PROCESO DOCENCIA	FECHA: 02/09/2016	
	FORMATO AUTORIZACION DE DERECHOS	VIGENCIA: 2016	

## AUTORIZACIÓN

Yo **Julián Andrés Vargas Velásquez** y **Jenny Daniela Gutiérrez Gutiérrez** mayores de edad, vecinos de Villavicencio, identificados con la Cédula de Ciudadanía No. 1.121.923.840 y 1.121.940.803, respectivamente, de Villavicencio, actuando en nombre propio en mi calidad de autor(a) del trabajo de tesis, monografía o trabajo de grado denominado **METACOGNICIÓN Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: EL CASO DE LA FUNCIÓN LINEAL**, hago entrega del ejemplar y de sus anexos de ser el caso, en formato digital o electrónico (CD-ROM) y autorizo a la **UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS**, para que en los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia, con la finalidad de que se utilice y use en todas sus formas, realice la reproducción, comunicación pública, edición y distribución, en formato impreso y digital, o formato conocido o por conocer de manera total y parcial de mi trabajo de grado o tesis.

**EL AUTOR – Julián Andrés Vargas Velásquez y Jenny Daniela Gutiérrez Gutiérrez**, como autores, manifiestan que el trabajo de grado objeto de la presente autorización, es original y se realizó sin violar o usurpar derechos de autor de terceros; por tanto, la obra es de exclusiva autoría y posee la titularidad sobre la misma; en caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, como autores, asumiremos toda la responsabilidad, y saldremos en defensa de los derechos aquí autorizados, para todos los efectos la Universidad actúa como tercero de buena fe.

Para constancia, se firma el presente documento en dos (2) ejemplares del mismo valor y tenor en Villavicencio - Meta, a los 6 días del mes de agosto de dos mil diecinueve (2019).

### LOS AUTORES-ESTUDIANTES

Firma: \_\_\_\_\_  
Nombre: Julián Andrés Vargas.  
C.C. No. 1121923840 de Villavicencio.

Firma: \_\_\_\_\_  
Nombre: Jenny Daniela Gutiérrez.  
C.C: 1.121.940.803 de Villavicencio.

## **AUTORIDADES ACADÉMICAS**

**PABLO EMILIO CRUZ CASALLAS**

Rector

**MARIA LUISA PINZON ROCHA**

Vicerrectora Académica

**DEIVER GIOVANNY QUINTERO REYES**

Secretario General

**LUZ HAYDEE GONZALEZ OCAMPO**

Decana de la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación

**BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA**

Directora de la Escuela de Pedagogía y Bellas Artes

**NASLY YANIRA MARTÍNEZ**

Directora del Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

## NOTA DE ACEPTACIÓN

Aprobado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad de los Llanos para optar al título de Licenciado(a) en Matemáticas y Física. En constancia de lo anterior, firman:

---

**FREDY LEONARDO DUBEIBE MARIN**

Director centro de investigaciones de la  
Facultad de Ciencias Humanas y Educación

---

**NASLY YANIRA MARTÍNEZ**

Director de Programa

---

**NELDA RIOS CARVAJAL**

Evaluador

---

**BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA  
BAQUERO**

Evaluador

---

**MARIA TERESA CASTELLANOS SANCHEZ**

Director de la opción de grado

Villavicencio, 6 de agosto de 2019

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios por dar la sabiduría y la constancia para cumplir las metas establecidas.

A la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo y a la Universidad de los Llanos por el convenio, el cual permitió el desarrollo de este trabajo en el contexto de nuestra práctica profesional docente.

El presente informe fue realizado bajo la supervisión de la profesora María Teresa Castellanos de quien los autores expresan su agradecimiento, por ser guía y apoyo constante.

A los docentes Luisa Fernanda Leal, Ximena Alonso y Carlos Osorio de la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo que acompañaron en la formación de los autores, pues sin ellos los conocimientos obtenidos no existirían.

A los docentes del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física por sus enseñanzas y ejemplo.

Y en gratitud a nuestros padres, familiares y demás amigos de los autores, por su consejo, su comprensión y su colaboración en todo el trayecto de la carrera.

## TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN.....	11
1. MARCO REFERENCIAL.....	16
1.1 REFERENTES LEGALES Y CURRICULARES .....	16
1.2 METACOGNICIÓN: DIFERENTES POSTURAS .....	19
1.3 METACOGNICIÓN: ASPECTOS FUNDAMENTALES.....	27
1.4 METACOGNICIÓN DESDE UNA NUEVA PERSPECTIVA.....	28
1.5 INSTRUCCIÓN METACOGNITIVA.....	34
1.6 HABILIDADES METACOGNITIVAS. ....	36
1.7 MARCO REFERENCIAL DE LA FUNCIÓN LINEAL .....	38
2. MATERIALES Y MÉTODOS .....	50
2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN .....	50
2.2 EL CONTEXTO Y LOS PARTICIPANTES DE LA INVESTIGACIÓN .....	54
2.3 LAS FUENTES DE ANÁLISIS PARA LA INVESTIGACIÓN.....	55
3. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	60
3.1 RESULTADOS .....	60
3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	83
4. CONCLUSIONES .....	91
5. RECOMENDACIONES .....	94
BIBLIOGRAFÍA.....	96
ANEXOS .....	103
RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO.....	129

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Evolución histórica del concepto de metacognición .....	24
Tabla 2. Reorganización de las subcategorías del MAI. ....	37
Tabla 3. Funciones: Comparación entre EBC, DBA Y Matriz de referencia .....	39
Tabla 4. Tabla de valores. ....	45
Tabla 5. Evolución del concepto de función. ....	47
Tabla 6. Marco Didáctico del estudio: Descriptores y Referentes .....	49
Tabla 7. Fases de la Investigación Acción y fases aplicadas al proyecto. ....	51
Tabla 8. Configuración del instrumento MAI. ....	56
Tabla 9. Resultados del inventario MAI (regulación de la cognición). ....	61
Tabla 10. Ítems para la elaboración de la tarea metacognitiva .....	63
Tabla 11. Tareas propuestas para trabajar. ....	64
Tabla 12. Tareas aplicadas, función y rol en la instrucción metacognitiva. ....	65
Tabla 13. Relación entre las competencias de SABER y los niveles de complejidad de PISA. ....	66
Tabla 14. Caracterización de las tareas.....	67
Tabla 15. Ejemplo de análisis de competencias en T3. ....	68
Tabla 16. Niveles de desempeño por competencias de la tarea metacognitiva. ...	71
Tabla 17. Competencias y perfil metacognitivo.....	72
Tabla 18. Ejemplo del análisis por desempeños. ....	74
Tabla 19. Resultados por niveles de desempeño. ....	75
Tabla 20. Ejemplo de descripción de las tareas por perfil metacognitivo. ....	78
Tabla 21. Resultados de los perfiles metacognitivos.....	80
Tabla 22. Relación niveles de desempeño y perfil metacognitivo por estudiante. .	81
Tabla 23. Desempeño y perfiles metacognitivos. ....	81



## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Elementos conceptuales asociados a la función lineal.....	44
Figura 2. Precio del alquiler (pesos) vs tiempo (días). ....	46
Figura 3. Instrumento diario de campo.....	58
Figura 4. Tarea de E10 toma 1 .....	108
Figura 5. Tarea de E10 toma 2 .....	108
Figura 6. Tarea de E10 toma 3 .....	109
Figura 7. Tarea de E39.....	111
Figura 8. Tarea de E4 toma 1 .....	113
Figura 9. Tarea de E4 toma 2 .....	113
Figura 10. Tarea de E4 toma 3 .....	114
Figura 11. Tarea de E4 toma 4 .....	114
Figura 12. Tarea de E4 corrección al compañero toma 5.....	115
Figura 13. Tarea de E35 toma 1 .....	115
Figura 14. Tarea de E35 toma 2 .....	116
Figura 15. Tarea de E5 toma 1. ....	117
Figura 16. Tarea de E5 toma 2 .....	118
Figura 17. Tarea E4 toma 1. ....	119

## LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
Gráfica 1. Resultados subcategoría planeación.....	62
Gráfica 2. Resultados subcategoría organización.....	103
Gráfica 3. Resultados subcategoría monitoreo. ....	103
Gráfica 4. Resultados subcategoría depuración. ....	104
Gráfica 5. Resultados subcategoría evaluación. ....	104

## INTRODUCCIÓN

Este proyecto se propuso analizar el aprendizaje del concepto función lineal mediado por la metacognición en un grupo de escolares de grado 9 de la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo. El estudio se enmarcó en el enfoque de carácter descriptivo-explicativo y el diseño metodológico se basa en la Investigación Acción que sigue los presupuestos de Kemmis.

Se reconoció la idea de metacognición abordada en diferentes estudios desde 1993, principalmente la idea génesis basada en los presupuestos de Flavell, pero se acogió la idea de metacognición según Ann Brown. La metacognición fue incluida en la clase de matemáticas a través de la instrucción metacognitiva propuesta por Mateos<sup>1</sup>, abordando la temática: Función Lineal.

La metacognición ha sido utilizada como estrategia para abordar la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos en diferentes grados. Entre los trabajos consultados se encuentran cómo abordan: la resolución de problemas para suma y resta de números enteros con estudiantes de grado séptimo<sup>2</sup>, resolución de problemas en tercero de educación primaria<sup>3</sup>, los sistemas de ecuaciones con estudiantes de grado noveno<sup>4</sup>, también hay investigaciones que trataron el

---

<sup>1</sup> MATEOS, Mar. Metacognición y educación. 1 ed. Buenos Aires.: Aique, 2001. 132 p. ISBN 950-701-772-0.

<sup>2</sup> ACOSTA, Carlos, et al. Desarrollo de la metacognición al resolver problemas de adición de números enteros. En: Zona próxima: revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación [En línea]. Vol. 1 No 14 (2011); p 90-111.

<sup>3</sup> BOLÍVAR, Cristina. Procesos cognitivos y metacognitivos que emplean los niños de tercer grado durante la resolución de problemas matemáticos. Maestría en Educación y Cognición. Barranquilla.: Universidad del Norte, 2017. 93 p.

<sup>4</sup> LOPEZ, Rober. Propuesta metodológica para la enseñanza y evaluación de sistemas de ecuaciones lineales. Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales. Medellín: Universidad Nacional de Colombia, 2017. 79 p.

aprendizaje y enseñanza de la función como eje temático<sup>5</sup>. Estos estudios evidencian que la metacognición no es un tópico inexplorado.

A partir de la experiencia adquirida en las prácticas de formación docente, se apreció que con frecuencia los profesores cuestionan a los escolares respecto a los errores que cometen y a sus ideas erróneas, buscando el desequilibrio entre las ideas previas y los conceptos matemáticos necesarios para dar solución a dichas tareas; sin embargo, esto no es suficiente, se requiere que los escolares sean conscientes de sus capacidades, de sus propias inferencias o de las estrategias que utilizan para dar solución a las tareas, es decir; que reconozcan aquellos procesos cognitivos y estrategias más adecuadas para su aprendizaje. En consecuencia, se ubicó el origen de la problemática en la ausencia de un aprendizaje autorregulado y se atribuye la causa de la problemática a la marcada instrucción secuencial, que imposibilita la participación intencional del estudiante en su aprendizaje.

Recurriendo a hechos concretos, se analizaron las pruebas PISA y SABER. La primera reporta que los estudiantes colombianos, en matemáticas no logran ubicarse en niveles superiores de la prueba del año 2015<sup>6</sup>. Según los niveles definidos en dicha evaluación, los niveles superiores solicitan de competencias relacionadas con procesos de regulación. Por su parte, la prueba SABER para el caso de la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo<sup>7</sup>; muestra que son escasos los escolares que durante el 2017 se ubicaron en el nivel avanzado (Nivel 4) en matemáticas, los resultados mostraron que la mayoría se ubicó en el Nivel 3 (66%); esta prueba se evalúa a través de tres competencias, dos de estas están relacionadas con acciones de **regulación**.

---

<sup>5</sup> ANACONA, Eduard. La regulación metacognitiva y la resolución de problemas en el proceso de aprendizaje de la función lineal. Magister en enseñanza de las ciencias. Manizales.: Universidad de Manizales, 2018. 120 p.

<sup>6</sup> ICFES. Resumen ejecutivo Colombia en PISA 2015, Bogotá D.C, 2016. 27 p.

<sup>7</sup> ICFES. Reporte de resultados del examen saber 11 por aplicación 2017-2 Establecimientos educativos: Institución Educativa Alberto Lleras Camargo, Villavicencio, 2017 p. 17-25.

Según lo anterior, se conjeturó que las habilidades metacognitivas implicarían mejora de las competencias en matemáticas particularmente, para evidenciar acciones tales como: planificar, organizar, monitorear, depurar y evaluar, las cuales, se asocian a la dimensión: regulación de la cognición. Por lo tanto, el objetivo principal del proyecto fue analizar el aprendizaje de las matemáticas mediado por habilidades metacognitivas, durante el desarrollo de tareas concebidas para el aprendizaje del concepto de la función lineal. En este sentido, se formuló la siguiente cuestión, **¿Cuáles son las habilidades metacognitivas que favorecen el aprendizaje del concepto función lineal?**

Considerando el aprendizaje como uno de los elementos principales, se elaboró la planeación de la unidad didáctica siguiendo los referentes de Luis Rico y Pedro Gómez<sup>8</sup>, en este sentido, se tomó en cuenta los desempeños propuestos en la malla curricular de la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo para orientar el propósito de la intervención.

La respuesta a la problemática que configuró este estudio se desarrolló a través de las siguientes acciones:

- Seleccionar tareas matemáticas que promuevan habilidades metacognitivas para el aprendizaje del concepto función lineal.
- Caracterizar las principales habilidades metacognitivas de la categoría regulación de la cognición que ponen de manifiesto los escolares para dar solución a tareas que involucran el concepto función lineal.
- Evaluar el nivel de desempeño en el aprendizaje del concepto función en un grupo de escolares de secundaria de grado noveno.

---

<sup>8</sup> GÓMEZ, Pedro. Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Doctoral en Didáctica de las Matemáticas. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. 2007. p. 482.

- Establecer las principales implicaciones de las habilidades metacognitivas en el aprendizaje del concepto función lineal para un grupo de escolares.

El análisis de resultados de la investigación se apoya en primera instancia en los hallazgos que reveló el Inventario de Conciencia Metacognitiva MAI, por sus siglas en inglés: Metacognitive Awareness Inventory, y las habilidades metacognitivas que dominaban los estudiantes participantes, con dicha información durante la intervención didáctica se aplicaron 3 tareas enfocadas al tema de función lineal y se modificaron dos de ellas para promover las habilidades metacognitivas.

El estudio concluye que la habilidad metacognitiva con mayor dominio de los estudiantes es la planeación y la de menor dominio es la evaluación. El bajo dominio de esta última se explica por el bajo desempeño en la competencia matemática de argumentación sobre los estudiantes, a pesar que, según varios estudios, las tareas de tipo metacognitivo implementadas en matemáticas mejoran la mayoría de las competencias de esta área.

En cuanto al análisis de las tareas, se observó que la principal habilidad metacognitiva evidenciada fue la planeación; el control en general fue parcial o llevaba a más errores en el caso de estudiantes con poco dominio. Respecto a la evaluación, esta fue desarrollada por los estudiantes basados en la subjetividad y en su mayoría se limitaban a agradecer. Pocas veces se enfocaban en evaluar y controlar el plan, es decir el plan era olvidado como un elemento sobre el cual se debe efectuar el control y la evaluación.

Se concluye que la competencia con mejor nivel de desempeño fue interpretación y representación, la competencia con menos estudiantes en niveles altos fue argumentación, la cual estaba relacionada con la evaluación. A pesar de que pocos estudiantes se ubicaron en alto o superior, la mayoría de los estudiantes que ocuparon estos niveles de desempeño, utilizaban las habilidades metacognitivas en

conjunto, es decir: las habilidades metacognitivas, logran llevar a los estudiantes a mejores niveles en su aprendizaje cuando se promueven en conjunto.

## 1. MARCO REFERENCIAL

A continuación, se exponen las bases teóricas, conceptuales y legales que orientan el proyecto. Inicialmente, se presentan los referentes legales y contextuales que abordan en diferentes estudios la metacognición. En segunda instancia, se explicitan los referentes teóricos que definen la metacognición desde diferentes posturas. Seguido, se presentan los fundamentos de la metacognición describiendo su relación con la consciencia y la cognición. De igual forma en el cuarto apartado se aclara la relación entre la metacognición con la autorregulación, la motivación, el cambio conceptual y el aprendizaje. En quinto lugar, se ubica la instrucción metacognitiva donde se precisa el marco didáctico que direcciona la intervención de esta investigación. Posteriormente se detallan los constructos que dan sentido a las categorías de observación en este estudio: las habilidades metacognitivas. Por último, se profundiza el objeto matemático a tratar, en este caso, la función lineal.

### 1.1 REFERENTES LEGALES Y CURRICULARES

En el presente apartado se aborda brevemente los documentos legales acerca de la educación y los documentos curriculares del área de matemáticas, resaltando su relación con la metacognición.

La **Ley General de Educación**<sup>9</sup> de 1994, propende por el desarrollo integral humano en sus distintas dimensiones y potencialidades: **cognitiva y metacognitiva**, comunicativa, experiencia y expresión estética, valorativa y actitudinal; dando prioridad a la práctica de enseñanza guiada por ambientes de participación y colaborativos; permitiendo el compromiso del docente como

---

<sup>9</sup> COLOMBIA. CONGRESO DE LA REPÚBLICA. Ley 155 (8, febrero, 1994). Por la cual se expide la ley general de educación. Diario Oficial. Bogotá, D.C., 1994, no. 41.214. p.1-2.



orientador de la instrucción y del estudiante en su propio proceso de aprendizaje, por tanto, se convoca al desarrollo de nuevas estrategias de aprendizaje que le permitan al escolar representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas.

De igual manera, el **Sistema Institucional para la Evaluación del Aprendizaje** según el decreto 1290 reglamenta la evaluación del aprendizaje y la promoción de estudiantes de Educación Básica y Media<sup>10</sup>, la cual, tiene como propósito que los estudiantes sean **conscientes** de las competencias que adquieren. De este modo, la estrategia pedagógica debe fortalecer la **autonomía** de los jóvenes a partir del estímulo, el **reconocimiento de sus fortalezas y la conciencia sobre las dificultades**.

Por su parte, **los lineamientos curriculares del área de matemáticas** llaman la atención sobre qué enseñar y qué aprender en estas áreas, la función pedagógica del profesor y las capacidades que puedan desarrollar las personas durante sus propios procesos de regulación<sup>11</sup>. De este modo, los lineamientos tienen como propósito fomentar conocimiento, el estudio y la apropiación de estrategias por parte del estudiante que le lleven al desarrollo de las competencias matemáticas.

Los Lineamientos orientan la práctica de enseñanza y organizan el currículo en tres aspectos que involucran: el contexto, los procesos generales y los conocimientos básicos<sup>12</sup>.

Respecto al **contexto** se refieren a los ambientes que rodean al estudiante y que contribuyen al sentido de las matemáticas. **Los procesos generales** hacen

---

<sup>10</sup> COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Decreto 1290 (16, abril, 2009). Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Diario Oficial. Bogotá, D.C., 2009, p.1-5.

<sup>11</sup> COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares del área de matemáticas. Bogotá, D.C. MAGISTERIO, 1998. p. 3.

<sup>12</sup> Ibid., p. 18-24.

referencia al aprendizaje, los cuales son: el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación, la comparación y la ejercitación de procedimientos. **Los conocimientos básicos** son los conceptos específicos que desarrollan el currículo y se configuran a través de los cinco (5) tipos de pensamiento y sistemas propios de las matemáticas, a saber: el pensamiento numérico y sistemas numéricos; el pensamiento espacial y sistemas geométricos; el pensamiento métrico y sistemas de medidas; el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Por otro lado, **los lineamientos curriculares** resaltan que, en la solución de problemas matemáticos los individuos **examinan** sus respuestas a la luz del problema original para determinar si la respuesta “tiene sentido”. “Esta revisión **metacognitiva** del contexto del problema involucra una **reflexión** de las estrategias que se usaron, lo mismo que una **evaluación** de la estrategia particular seleccionada, y finalmente una comprobación para determinar si la respuesta que se produjo fue sensata o razonable”<sup>13</sup>.

Para la resolución y planteamiento de problemas de matemáticas se describen las estrategias **cognoscitivas** y las estrategias **metacognitivas**, la primera incluye métodos heurísticos como: descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema; y la segunda, se relaciona con el **monitoreo y el control**<sup>14</sup>, que tiene que ver con acciones como planear, evaluar y decidir.

Las estrategias cognoscitivas y metacognitivas es uno de los cuatro elementos que ayudan al docente a comprender “cómo los estudiantes resuelven problemas” y,

---

<sup>13</sup> Ibid., p. 36.

<sup>14</sup> Ibid., p. 53.

además, le sirve de apoyo para “proponer actividades que colaboren al aprendizaje”. Por último, en los lineamientos mencionan que una actividad importante en el desarrollo del razonamiento matemático es **aprender de los errores**. Aquí los estudiantes deben **justificar con claridad dónde está la falla**<sup>15</sup>.

Los **Estándares Básicos de Competencia** son los referentes que “permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar”<sup>16</sup> y plantean lo que los escolares deben saber y saber hacer con el conocimiento. Los estándares básicos de competencias en matemáticas tratan la **reflexión** del estudiante en relación con los procedimientos utilizados para desarrollar tareas.

“Esta **reflexión** exige al estudiante poder **explicar** y entender los conceptos sobre los cuales un procedimiento o algoritmo se apoya, seguir la lógica que lo sustenta y saber cuándo aplicarlo de manera fiable y eficaz y cuándo basta utilizar una técnica particular para obtener más rápidamente el resultado”<sup>17</sup>. En consecuencia, comprendemos que dicha reflexión se entiende como un mecanismo metacognitivo.

## 1.2 METACOGNICIÓN: DIFERENTES POSTURAS

Una revisión en el campo de la metacognición realizada por Nina María Crespo<sup>18</sup>, muestra que este concepto es poco claro, debido a que diferentes autores han tomado postura a la hora de abordar la metacognición en sus investigaciones.

---

<sup>15</sup> Ibid., p. 61.

<sup>16</sup> COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber hacer con lo que aprenden. Bogotá D.C: MEN, 2006. p.12.

<sup>17</sup> Ibid. p. 55.

<sup>18</sup> CRESPO, María. La Metacognición: Las diferentes vertientes de una Teoría. En: Revista signos [En línea]. Vol. 33, No 48. Valparaíso, 2004; p. 97-115.

Crespo resalta cuatro conceptos ubicados en dos enfoques: el enfoque de la psicología evolutiva y el paradigma del procesamiento de la información.

El **primer paradigma** identificado por Crespo ubica entre otros autores a Flavell quien a partir de las “tendencias” de la evolución ontogenética del hombre, explica la metacognición como tendencia de desarrollo, que evoluciona con la edad y no es aislada por estar enmarcada en tendencias. Para este autor dicha tendencia metacognitiva tiene tres elementos fundamentales: a) El conocimiento metacognitivo, b) la experiencia metacognitiva y c) las estrategias cognitivas y metacognitivas. Siguiendo los presupuestos de Flavell, a continuación, se explicitan estos tres elementos:

Según la investigación de Crespo, Flavell en 1993 determinó que el *conocimiento metacognitivo*, se compone de tres tipos a saber:

- El conocimiento sobre las tareas, que dependiendo de su naturaleza reconoce las características para el desarrollo.
- El conocimiento respecto a las personas en cuanto al reconocimiento de la propia cognición y las habilidades, comparándolas con las de otras personas.
- El conocimiento de estrategias, tanto estrategias cognitivas como metacognitivas.

La *experiencia metacognitiva*, de acuerdo con la interpretación de Crespo acerca de los presupuestos de Flavell, se refiere a las “reacciones o reflexiones relativamente espontáneas que ocurren antes, durante y después del proceso cognitivo”, a lo cual, en 1993 Garner denominó “tomas de conciencia”.

Las *estrategias cognitivas y las metacognitivas*, requieren ser precisadas para diferenciarlas. Las estrategias cognitivas buscan alcanzar un objetivo cognitivo y las estrategias metacognitivas buscan coleccionar información acerca del progreso

logrado. Es decir, las primeras se relacionan con el manejo del conocimiento y la segunda con la regulación del proceso.

El **segundo paradigma** identificado por Crespo hace referencia al procesamiento de la información, considera que el hombre manipula información simbólica de la realidad como la percibe, como un sujeto activo en la interacción con la información; en este proceso de manipulación de la información, se hizo notorio acciones de corrección y de detección de los errores, hecho que se relacionó con la metacognición, en este punto ya se habla del control y de la regulación. En este mismo enfoque, Crespo ubica el trabajo de Brown y Baker, quienes establecen diferencias entre el conocimiento sobre la cognición y la regulación cognitiva.

Según la apreciación de Crespo, Brown y Flavell tienen la misma idea de que el conocimiento metacognitivo puede aumentar con la edad, pero según Brown, este conocimiento no está estrictamente condicionado a la edad, puede desarrollarse con ímpetu en edades tempranas, contradiciendo en esta última línea al trabajo realizado en 1993 por Flavell.

Retomando a Crespo, en su revisión resalta que Flavell en su clasificación del conocimiento de la cognición, no es explícito en diferenciar el conocimiento declarativo del condicional<sup>19</sup>, pero Brown si discierne entre estos dos tipos de conocimiento de la cognición<sup>20</sup>.

---

<sup>19</sup> FLAVELL, John, MILLER, Patricia y MILLER, Scott. Cognitive development. 1985, Citado por CRESPO, María. La Metacognición: Las diferentes vertientes de una Teoría. En: Revista signos [En línea]. Vol. 33, No 48. Valparaíso, 2004; p. 97-115.

<sup>20</sup> BROWN, Ann. Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. Metacognition, motivation, and understanding. 1987, Citado por CRESPO, María. La Metacognición: Las diferentes vertientes de una Teoría. En: Revista signos [En línea]. Vol. 33, No 48. Valparaíso, 2004; p. 97-115.

Para esquematizar un poco más cómo se compone el conocimiento metacognitivo, se considera pertinente citar a París y colaboradores<sup>21</sup> quienes plantean la distinción entre los tipos de conocimientos metacognitivos, a saber:

- El conocimiento declarativo: se refiere al “saber qué” acciones son adecuadas para cumplir con una actividad de aprendizaje.
- El conocimiento procedimental: se ocupa del “saber cómo” es poner en marcha una acción, teniendo presente los pasos implicados.
- El conocimiento condicional: proporciona información del valor de las estrategias y su ajuste según las situaciones o problema a solucionar, de manera que se refiere al “saber cuándo” y “saber por qué” emplear puntualmente algunas estrategias en lugar de otras.

Por su parte Brown define la metacognición como:

"The hability to use self-regulatory mechanisms to ensure the successful completion of the task, such as **checking** the outcome of any attempt to solve the problem, **planing** one's next move, **evaluating** the effectiveness of any attempted action, **testing**, and **revising** one's strategies for learning, and **remediating** any difficulties encountered by using compensating stretegies"<sup>22</sup>.

Tanto Flavell como Brown, comparten la idea de que la metacognición está relacionada con la consciencia; sin embargo, hay diferentes connotaciones

---

<sup>21</sup> PARIS, Scott, LIPSON, Marjorie y WIXSON, Karen. Becoming a strategic reader. 1983, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Perspectivas convencionales de la metacognición, El conocimiento y el control de la propia actividad cognitiva como dominio de la metacognición, Otras perspectivas convencionales. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 28-29.

<sup>22</sup> BAKER, Linda y BROWN, Ann. Cognitive monitoring in Reading. En: Understanding Reading Comprehension: Cognition, Language and the Structure of Prose. Delaware: Flood, James, 1984. p. 21-43.

respecto a considerar si la metacognición requiere estrictamente de la consciencia.

En el caso de Flavell, la consciencia si es un factor requisito para construir la metacognición, ya que para él la metacognición consiste en el conocimiento relativo a los procesos cognitivos y para incrementar estos conocimientos requiere de la consciencia y verbalización. En contraparte lo enunciado por Brown, quien entiende la metacognición “como el control deliberado y consciente de la propia actividad cognitiva”<sup>23</sup> y no como un conocimiento, según la revisión de Mateos. Para esta definición hay bastante controversia, pues varios investigadores postulan que, sí es necesaria la consciencia y otros que se oponen, pero en el caso de Piaget<sup>24</sup> y Karmiloff-Smith<sup>25</sup> van por un camino medio, proponen los grados de consciencia y explicitación en el conocimiento metacognitivo como en la regulación metacognitiva.

En la Tabla 1 se presenta una recolección de la evolución histórica del concepto de metacognición elaborada por Rocha<sup>26</sup> en el 2006.

---

<sup>23</sup> BROWN, Ann. Knowing when, where, and how to remember; a problem of metacognition. *Advances in instructional psychology*. 1978, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Perspectivas convencionales de la metacognición, El conocimiento y el control de la propia actividad cognitiva como dominio de la metacognición, La concepción de Ann Brown. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 26.

<sup>24</sup> PIAGET, Jean. La prise de conscience. 1974, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Perspectivas convencionales de la metacognición, Cuestiones abiertas al debate, Metacognición y conciencia. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 34-35.

<sup>25</sup> KARMILOFF-SMITH, Annette. Más allá de la modularidad. 1994, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Perspectivas convencionales de la metacognición, Cuestiones abiertas al debate, Metacognición y conciencia. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 34-35.

<sup>26</sup> ROCHA, Tania. Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica. Trabajo de grado para doctor. Santiago de Compostela.: Universidad de Santiago de Compostela. Departamento de didáctica Das ciencias. Área didáctica das matemáticas, 2006. 366 p.

Tabla 1. Evolución histórica del concepto de metacognición.

	Definición/Características	Modelo/Componentes	
<b>Flavell (1976)</b>	“La metacognición se refiere al conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos”.	Conocimiento metacognitivo.	1) persona.
			2) tarea.
			3) estrategias.
<b>Flavell (1981)</b>	“La metacognición hace referencia, entre otras cosas, a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con los objetos o datos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de alguna meta u objetivo concreto” (p.232).		4) interacciones entre persona, tarea y estrategia.
			Experiencias metacognitivas.
			Metas/objetivos cognitivos.
			Acciones o estrategias.
<b>Brown (1978)</b>	Es “el control deliberado y consciente de la propia actividad cognitiva” (ápu d Mateos, 2001).	Conocimiento sobre la cognición.	



	<b>Definición/Características</b>	<b>Modelo/Componentes</b>
	Brown et al. (1983) remite al modelo a la derecha (Ferreira 2003, refiriéndose a Williamson 1991).	La autorregulación de la cognición.
<b>Garofalo y Lester (1984)</b>	“Metacognición es saber cuándo, dónde y cómo usar el conocimiento y las creencias” que uno tiene. (ápud Ferreira 2003, refiriéndose a Wilson 1997).	El conocimiento y creencias sobre los fenómenos cognitivos. Regulación y control de las acciones cognitivas. (ápud Hegedus, 1998).
<b>Nelson y Nerens (1990)</b>	Es “simultáneamente un tópico de interés por su propia fuerza y por constituirse en un puente entre áreas, por ejemplo, entre toma de decisión y memoria, entre aprendizaje y motivación, y entre aprendizaje y desarrollo cognitivo” (citado por Ferreira, 2003).	Nivel inferior (nivel-objeto), proporciona datos al nivel-meta. Nivel superior (nivel-meta), responsable de la supervisión y control del nivel-objeto.
<b>Williamson (1991)</b>	Conocimiento y control que uno tiene de sus propios procesos cognitivos. “Metacognición es el pensar sobre el pensamiento y gerenciar el pensamiento” (ápud Ferreira, 2003)	Conciencia. Autorregulación. Control ejecutivo.
<b>Schoenfeld (1992)</b>	Define metacognición como “un término que abarca el conocimiento y la regulación de estrategias cognitivas”.	Conocimiento. Regulación de estrategias cognitivas.
<b>González (1996)</b>	La metacognición es un concepto tridimensional que envuelve: conciencia, monitoramiento (supervisión, control y regulación) y evaluación de los propios procesos cognitivos.	Conciencia. Monitoramiento. Evaluación de los propios procesos cognitivos.
<b>Hegedus (1998)</b>	Considera la metacognición como “un constructo relevante para comprender mejor las conductas de los estudiantes cuando	Reflexión. Organización. Supervisión (Monitoring).

	Definición/Características	Modelo/Componentes	
	resuelven problemas” (p. 29). Es un constructo que engloba las cuatro componentes a la derecha.	Asignación de recursos (Exploring).	
<b>(Mayor et. al. 1993)</b>	“El modelo que consideramos más completo y adecuado de la metacognición ha de incorporar a la vez la específica actividad metacognitiva y el objeto propio de esa actividad que no es otro que la cognición”. (p.56).	Actividades metacognitivas.	conciencia control.
			Autopoiesis.
		La cognición (la actividad cognitiva).	
		El modelo de la metacognición es el resultado del producto cartesiano entre la aad metacognitiva y la cognctividad.	
<b>Lafortune et al (2003)</b>	Lafortune discute y complementa el modelo de Flavell.	Conocimiento metacognitivo.	1)persona.
			2)demás aprendices.
			3)funciona miento del pensamiento en general.
			4)tarea.
			5)estrategias.
		Habilidades metacognitivas.	
		Metacognición conscientizable.	
<b>Ferreira (2003)</b>	Entiende que la metacognición es un proceso que envuelve la toma de conciencia y comprensión de los propios saberes y prácticas, la reflexión y la autorregulación del propio aprendizaje y practica”. (p.35)	Ferreira discute, entre otros modelos, el de Flavell poniendo énfasis en las interacciones.	

Fuente: ROCHA (2006).

### 1.3 METACOGNICIÓN: ASPECTOS FUNDAMENTALES

En este apartado se describen los aspectos que ofrecen el fundamento conceptual al principal objeto de este proyecto: La metacognición, haciendo precisión en las relaciones entre: cognición y consciencia.

**1.3.1 Metacognición y consciencia.** Según Mateos, al entender la metacognición como conocimiento, resulta necesario la existencia de un proceso consciente para acceder al conocimiento sobre la cognición y en la misma dirección están los que comprenden la metacognición como regulación, la relacionan con la necesidad de la reflexión consciente.

Otros autores afirman que, en la elección de estrategias, la regulación no requiere de la consciencia y como término medio, surge la postura constructivista soportada por Piaget<sup>27</sup>, quien abandona las posturas radicales de considerar a la consciencia necesaria o no en la metacognición, y su idea trata sobre grados de consciencia y explicitación del conocimiento, de modo que se puede presentar una regulación cognitiva parcialmente consciente.

**1.3.2 Metacognición y cognición.** Otro motivo de debate bastante discutido según Mateos es la relación que guarda la metacognición y la cognición. Según Mateos la mayoría de los trabajos en metacognición son motivados por que se considera que la cognición puede modificar el rendimiento.

La relación entre el conocimiento metacognitivo y el rendimiento académico no ha tenido mucho éxito, según Mateos varios autores como, Bjorklund y Coyle<sup>28</sup>,

---

<sup>27</sup> PIAGET. Op. cit., p. 35.

<sup>28</sup> BJORKLUND, David, COYLE, Thomas. Utilization deficiencies in the development of memory strategies. Memory performance and competencies: Issues in growth and development. 1995, Citado

encontraron que sólo el conocimiento metacognitivo no ayuda a predecir el rendimiento, en su lugar, **la regulación de la cognición**, según otras investigaciones, como la de Slife y colaboradores<sup>29</sup>, si tiene impacto en rendimiento, en este sentido nos interesa resaltar las investigaciones en el campo de resolución de problemas matemáticos que presentan una relación positiva entre la metacognición y el rendimiento.

A pesar de la diferencia entre el efecto de la regulación y el conocimiento metacognitivo sobre el rendimiento académico, estos dos conceptos guardan una relación estrecha, pues son procesos que se retroalimentan entre sí, de manera que al llevar a cabo procesos de regulación se usa el conocimiento de la cognición de manera consciente o inconsciente y en un proceso de regulación se acumula conocimiento acerca de los procesos cognitivos, aportando al conocimiento de la cognición.

Después de tener este panorama de conceptos, a lo largo de este trabajo se empleará la visión de Brown y Baker, ya que en dichas posturas se hace diferencia entre el conocimiento metacognitivo y la regulación tomando este último como un rol fundamental en nuestro trabajo.

#### **1.4 METACOGNICIÓN DESDE UNA NUEVA PERSPECTIVA**

La metacognición no se queda en los presupuestos de Flavell y Brown, también se relaciona con el desarrollo de: el aprendizaje autorregulado, la motivación y en la resolución de problemas matemáticos. A continuación, se expone la relación de los tres últimos campos con la metacognición, según lo encontrado por Mateos.

---

por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Perspectivas convencionales de la metacognición, Cuestiones abiertas al debate, Metacognición y cognición. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 35.

<sup>29</sup> SLIFE, Brent, WEISS, Jane, BELL, Thomas. Separability of metacognition and cognition: Problem solving in learning disabled and regular students. Journal of Educational Psychology. 1985, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Perspectivas convencionales de la metacognición, Cuestiones abiertas al debate, Metacognición y cognición. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 36.

**1.4.1 Metacognición y autorregulación.** En general el aprendizaje autorregulado se caracteriza por ser controlado y direccionado a unas metas, de modo que no se trata de un aprendizaje por accidente e implica el uso de estrategias.

Existen diferencias a la hora de distinguir qué es una estrategia y qué no lo es. Para Pozo<sup>30</sup> y Monereo<sup>31</sup>, las estrategias implican un proceso de decisiones deliberadas a conciencia y de modo controlado, diferenciándolas de técnicas, habilidades o destrezas que corresponden a una actividad automática y rutinaria. En este mismo sentido, Pozo<sup>32</sup> en 1996 se pronuncia al respecto y en lugar de distinguir procesos encasillados en estrategia o técnicas, propone que un proceso es técnica o estrategia de acuerdo con cómo es utilizado, de forma rutinaria o de forma estratégica.

En 1997, Monereo<sup>33</sup> complementa a Pozo y define las situaciones que propician el uso estratégico de los procesos, comentando que son aquellas donde se presentan diferentes grados de incertidumbre o cuando “no se sabe qué hacer”. Sin embargo, autores como Borkowski, Schneider y Pressley<sup>34</sup>, mencionan que las estrategias con el tiempo se convierten en técnicas, se automatizan con la práctica y a pesar

---

<sup>30</sup> POZO, Juan. Estrategias de aprendizaje. En Desarrollo psicológico y educación. 1990, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Nuevas perspectivas sobre la metacognición, Metacognición y aprendizaje auto-regulado. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 44.

<sup>31</sup> MONEREO, Carlos, et al. Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje: formación del profesorado y aplicación en la escuela. 1994. Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Nuevas perspectivas sobre la metacognición, Metacognición y aprendizaje auto-regulado. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 44.

<sup>32</sup> POZO, Juan. No es oro todo lo que reluce ni se construye (igual) todo lo que se aprende: contra el reduccionismo constructivista. Anuario de psicología, 1996, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Nuevas perspectivas sobre la metacognición, Metacognición y aprendizaje auto-regulado. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 44.

<sup>33</sup> MONEREO, Carlos, et al. Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Barcelona: Ed. Paidós. 1997, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Nuevas perspectivas sobre la metacognición, Metacognición y aprendizaje auto-regulado. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 44.

<sup>34</sup> PRESSLEY, Michael, BORKOWSKI, John, SCHNEIDER, Wolfgang. Good information processing: What it is and how education can promote it. 1989, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Nuevas perspectivas sobre la metacognición, Metacognición y aprendizaje auto-regulado. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 44.

de que se conviertan en procesos automáticos no implica que se pierda la intencionalidad.

En conclusión, según Mateos, se entiende que las estrategias metacognitivas "se emplean como medios para planificar, supervisar, regular y evaluar la aplicación de las estrategias cognitivas"<sup>35</sup>.

**1.4.2 Metacognición y motivación.** Mateos afirma que según Borkowski y colaboradores<sup>36</sup>, la motivación está relacionada con la metacognición en la medida en que se tenga un sistema motivacional positivo, caracterizado por el sentido de autoeficacia, la autoestima positiva y las atribuciones del éxito a factores controlables, dejando en segundo plano factores incontrolables como la habilidad o la suerte. Este modo de pensar fomenta acciones de autorregulación y la creencia que con el esfuerzo propio es posible conseguir buenos resultados. De modo que la metacognición contribuye en alguna medida a la motivación<sup>37</sup>.

El beneficio que trae la autorregulación a un estudiante, en palabras de Mateos es:

“Los estudiantes que se perciben a sí mismos como aprendices eficaces y capaces de controlar su propio aprendizaje, buscan aprender y dominar la tarea antes que demostrar a los demás su competencia para conseguir su aprobación, tienen un interés intrínseco por la tarea, que perciben como útil y significativa, y atribuyen sus éxitos y fracasos a factores controlables como el

---

<sup>35</sup> MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Nuevas perspectivas sobre la metacognición, Metacognición y aprendizaje auto-regulado. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 44.

<sup>36</sup> BORKOWSKI, John, CARR, Martha, PRESSLEY, Michael. "Spontaneous" strategy use: Perspectives from metacognitive theory. Intelligence. 1987, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Nuevas perspectivas sobre la metacognición, Metacognición y motivación. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 46.

<sup>37</sup> MATEOS. Op. cit., p. 46.

nivel de esfuerzo puesto en la tarea, es más probable que se impliquen en el aprendizaje de una tarea y que persistan en el empeño”<sup>38</sup>.

Cabe destacar que la motivación se realiza por la autorregulación cuando tienen una motivación basada en el esfuerzo propio.

**1.4.3 Metacognición en la resolución de problemas matemáticos.** El control hace parte de la otra faceta de la metacognición e implica una supervisión de la actividad cognitiva, expresada en tres fases: Planificación, Control on-line y Evaluación. De modo que antes de resolver la tarea, se debe plantear un plan que especifica cómo alcanzar los objetivos, implicando actividades de control como: establecer objetivos, determinación de recursos a disposición, seleccionar los procedimientos a seguir acorde con la meta a alcanzar.

Durante la ejecución del plan, se debe comprobar si se va progresando en la dirección correcta, detectando el origen de los inconvenientes y acorde a lo que suceda en la marcha se van modificando los pasos ya sea omitiendo o agregando algunos de ellos, de igual manera, la estrategia que inicialmente se planteó puede ser modificada. Al finalizar se evalúa si el desarrollo fue exitoso y si el proceso ejecutado fue efectivo. Mateos aclara lo siguiente:

“El hecho de que estos procesos se describan en una secuencia lineal de tres fases no significa que toda tarea de aprendizaje o de solución de problemas implique necesariamente de la misma manera los tres tipos de procesos, ni tampoco que se apliquen siempre en ese orden, ya que en muchos casos interactúan de forma compleja influyéndose unos a otros. Los procesos de control son procesos recurrentes más que lineales”<sup>39</sup>.

---

<sup>38</sup> Ibid., p. 47.

<sup>39</sup> MATEOS. Op. cit., p. 71.

Según Mateos, la actuación de los aprendices reales, en muchos casos, dista bastante de ese aprendizaje autocontrolado que se espera de un aprendiz ideal. En el caso de la resolución de problemas, los procesos relacionados con la regulación en este tópico según mencionan Pérez, Echeverría y Pozo<sup>40</sup> son: La definición y representación de un problema, la planificación y supervisión de la solución, y la evaluación de la solución.

A continuación, se presentará la comparación entre los procesos de actuación metacognitiva entre un experto y un novato en un área específica, respecto a la resolución de problemas.

**Definición y representación del problema:** El sujeto debe identificar los elementos importantes de la situación problema, extraer y discriminar entre datos conocidos y desconocidos, determinar la meta, construir un esquema mental de las relaciones entre los elementos implicados y las metas que permitan comprenderlo. Tratando un problema nuevo, un experto se toma más tiempo que un novato en la definición del problema antes de tratar de resolverlo<sup>41</sup>, precisamente un problema es difícil porque no se tiene una familiaridad en cómo funcionan los objetos de conocimiento, de modo que el experto antes y durante la solución construye representaciones mentales sobre los objetos, las restricciones y metas; los novatos casi no añaden información a su representación del problema, de modo que no piensan demasiado en la manera de abordar la situación antes de poner cualquier acción de solución en marcha.

---

<sup>40</sup> POZO, Juan, et al. La solución de problemas. 1994. Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: El desarrollo del control metacognitivo, Control en tareas de solución de problemas. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 84.

<sup>41</sup> GLASER, Robert, CHI, Michelene. The Nature of Expertise. 1988. Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: El desarrollo del control metacognitivo, Control en tareas de solución de problemas. Definición y representación del problema. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 84.



**La planificación de la solución de un problema:** Requiere desarmar el problema en subproblemas y de la creación de pasos para abordarlos. Los expertos suelen hacer planificación cuando se trata de problemas no rutinarios y mal definidos (estado inicial no definido y metas no claras). Los menos expertos dedican poco tiempo a la planificación global de la solución<sup>42</sup>.

**Supervisión y regulación de la solución:** “Los expertos tienden a ser más conscientes de los errores que cometen y regulan su actuación ajustando las estrategias planificadas o modificándolas, cuando es necesario. En cambio, los novatos suelen actuar de un modo menos sistemático, sin supervisar su actuación”<sup>43</sup>.

Para establecer estos tres procesos, Schoenfeld<sup>44</sup> comparó el comportamiento de un matemático universitario en la solución de un problema de geometría con el de dos estudiantes preuniversitarios abordando el problema en equipo.

“Es importante señalar que este matemático llevaba muchos años sin trabajar en el campo de la geometría por lo que el problema resultó poco familiar para él. Del proceso de solución adoptado por el experto hay que destacar que consumió más de la mitad del tiempo que se le había otorgado tratando de comprender el problema y planificando su solución antes de pasar a la aplicación de algún procedimiento y que, controlando cuidadosamente el proceso de solución, esto es, explorando vías de afrontamiento del problema

---

<sup>42</sup> MATEOS, Mar. Metacognición en expertos y novatos. El aprendizaje estratégico. 1999. Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: El desarrollo del control metacognitivo, Control en tareas de solución de problemas. La planificación de la solución de un problema. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 85.

<sup>43</sup> MATEOS, Mar. Metacognición y educación. Op. cit., p. 85.

<sup>44</sup> SCHOENFELD, Alan. What's all the fuss about metacognition. Cognitive science and mathematics education. 1987, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: El desarrollo del control metacognitivo. Control en tareas de solución de problemas. Supervisión y regulación de la solución. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 86.

y abandonando las que no parecían conducir a la solución, consiguió resolver el problema. En contraste, los dos estudiantes seleccionaron rápidamente una vía para resolverlo y continuaron en esa misma dirección sin reconsiderarla a pesar de la clara evidencia de que no estaban progresando en la dirección adecuada”<sup>45</sup>.

En general los expertos suelen hacer los tres procesos cuando se trata de problemas nuevos y tienden a realizar una mejor regulación que un novato. La misma situación encontró Mateos<sup>46</sup> al comparar las estrategias entre un estudiante “bueno” de uno “malo”, los menos competentes suelen lanzarse a la solución inmediata, sin procurar por una planeación ni una supervisión.

## 1.5 INSTRUCCIÓN METACOGNITIVA

Para el presente trabajo se reconoció la existencia de varios métodos de instrucción en habilidades metacognitivas, en nuestro caso se trabajó con el método utilizado en el año 2016 por Barbosa y compañía<sup>47</sup>, este método fue propuesto por la investigadora Mateos, y consiste en entregar al estudiante paulatinamente la responsabilidad de autorregulación y se concreta en cuatro momentos: a) instrucción explícita, b) la práctica guiada, c) la práctica cooperativa y d) la práctica individual.

**La instrucción explícita:** El profesor hace explícita la información acerca de las estrategias a ser aprendidas. Para transmitir a los estudiantes la información se propone la **explicación directa** y el **modelado cognitivo**. La primera debe tener en cuenta la transmisión de conocimiento declarativo, procedural y condicional,

---

<sup>45</sup> MATEOS, Mar. Metacognición y educación. Op. cit., 86.

<sup>46</sup> MATEOS. Metacognición en expertos y novatos. El aprendizaje estratégico, Op. cit., p. 86.

<sup>47</sup> BARBOSA, Sandra, BELTRAN, Danny y RAMIREZ, Sandra. Incidencia del uso de estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de ciencias naturales y matemáticas. Maestría en pedagogía. Chía.: Universidad de la sabana, 2016. 216 p.

enfaticando en la utilidad de cada uno, en cuándo utilizarlo, enseñando las medidas que podrían tomar al presentarse fallos. En cuanto al modelado cognitivo, consiste en hacer la actividad metacognitiva de forma explícita, de modo que la conducta del profesor sea después una conducta modelo a seguir de los aprendices y se expresa en voz alta las dificultades, cambios de estrategias y la evaluación de la efectividad del proceso.

Para que el modelado funcione, Dole y colaboradores<sup>48</sup> proponen tres características:

- La información que se explicita debe ser clara y no ambigua.
- El modelo debe demostrar cómo se ajusta de modo flexible a lo requerido por la tarea y no debe mostrarse cómo una secuencia de pasos.
- Debe explicar el proceso de razonamiento que sigue al aplicar la estrategia, expresando los motivos que le conducen a realizar determinadas acciones cognitivas en diferentes momentos de la realización de una tarea.

**La práctica guiada:** aquí la actuación del docente consiste en ser una guía y colabora al alumno en la autorregulación. Resulta en este sentido importante el diálogo entre el estudiante y docente.

**La práctica cooperativa:** la responsabilidad de regulación se comparte en el grupo, en estos grupos se hace confrontación de puntos de vista, obligando al estudiante exponer sus pensamientos y estructurarlos para ser expresados a sus compañeros, impulsando mayor consciencia y control en los miembros del grupo.

---

<sup>48</sup> DOLE, Janice, et al. Moving from the old to the new: Research on reading comprehension instruction. 1991, Citado por MATEOS, Mar. Metacognición y educación: Métodos para la instrucción metacognitiva. Modelo cognitivo. 1 ed. Buenos Aires: Aique, 2001. p. 107.

**La práctica individual:** en este punto el trabajo del estudiante debe ser más autónomo, a pesar de ello, no se deja a la deriva sin un apoyo externo, se puede apoyar mediante guías de autorregulación con cuestiones para plantearse así mismo, estas cuestiones pueden ser elaboradas por el docente o por los propios alumnos.

## 1.6 HABILIDADES METACOGNITIVAS

Las habilidades metacognitivas pueden ser entendidas como las acciones de: predicción, planificación, monitorización y evaluación<sup>49</sup>, tal como se enuncia en el estudio de Casas y colaboradores, quienes se basan en las ideas del profesor Simons.

Para identificar procesos metacognitivos se tendrá en cuenta el estudio de 1994 de Schraw y Denisson quienes elaboraron y validaron el Metacognitive Awareness Inventory (MAI), este inventario también fue validado para estudiantes colombianos en el año 2014 por Huertas y colaboradores<sup>50</sup>. La prueba fue usada en escenarios educativos similares a los de nuestro interés por Huertas y colaboradores.

Del trabajo anterior, nos interesa la dimensión **regulación** y saber cuál es la percepción de los sujetos respecto a esta, la cual se define y se puede medir con 5 subcategorías que se muestran a continuación.

- Planificación: es la planeación que realiza el sujeto de los tiempos de estudio, de los aprendizajes que desea alcanzar y de los recursos que utilizará.

---

<sup>49</sup> CASAS, Ana, ACOSTA, Gabriela, TÁRRAGA, R y FERNANDEZ, Inmaculada. Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la metacognición. En: Revista de neurología [En línea]. Vol. 40 No S1 (2005); p.97-102.

<sup>50</sup>HUERTAS, Adriana, VESGA, Grace y GALINDO, Mauricio. Validación del instrumento 'Inventario de habilidades metacognitivas (MAI)' con estudiantes colombianos. En: Praxis & Saber [En línea]. Vol. 5, No 10 (2014); p. 56-74.

- Organización: es el proceso en donde el sujeto puede organizar las actividades entorno al aprendizaje.
- Monitoreo: Es la supervisión que el sujeto hace al proceso de aprendizaje durante el desarrollo de las tareas.
- Depuración: En este proceso, el sujeto puede identificar las debilidades en el aprendizaje y gracias a ello ajusta sus estrategias para mejorar su desempeño.
- Evaluación: Se corresponde con el análisis que realiza el sujeto respecto a la efectividad de las estrategias utilizadas.

La revisión inicial y principalmente, los estudios de Barbosa<sup>51</sup> y Mar Mateos<sup>52</sup> han permitido a nuestra investigación organizar los cinco procesos que nos ocuparon en este estudio, para tal efecto, hemos identificado tres procesos principales, la Tabla 2 exhibe la agrupación de los procesos:

Tabla 2. Reorganización de las subcategorías del MAI.

Subcategorías reorganizadas	Subcategorías del MAI
Planeación	Planificación
	Organización
Control	Monitoreo
	Depuración
Evaluación	Evaluación

Estos procesos fueron usados para identificar la estimación de la regulación en los escolares. A partir de las habilidades metacognitivas más bajas detectadas en el grupo muestra de esta investigación se diseñaron las tareas para la intervención de clase, con el propósito de promover dichas habilidades.

<sup>51</sup> BARBOSA, et al. Op. cit., p. 43-48.

<sup>52</sup> MATEOS, Mar. Metacognición y educación. 1 ed. Buenos Aires.: Aique, 2001. 132 p. ISBN 950-701-772-0.

## 1.7 MARCO REFERENCIAL DE LA FUNCIÓN LINEAL

En este apartado, como primer paso se presentará la relación del concepto función lineal con los referentes curriculares de Colombia; seguido, un breve contenido sobre el concepto histórico de función y para finalizar se expone un análisis de contenido de la función lineal.

**1.7.1 Función lineal y referentes curriculares.** En el currículo de las matemáticas en Colombia se manejan cinco pensamientos. Destacamos el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos; cuyo eje central es el desarrollo del concepto variación a través del manejo de los sistemas algebraicos y analíticos.

En el pensamiento variacional, se tiene como un núcleo conceptual: la función como dependencia y modelos de función. Además, entendemos que la función es un concepto clave para el desarrollo de la variación, debido a que a través de ella se concreta en símbolos matemáticos la relación de variación entre las magnitudes de un contexto.

En los lineamientos curriculares de matemáticas se expresa que para abordar el concepto de función se utilizan los sistemas de representación. Entre los que destacamos la representación tabular y gráfica. “La tabla se constituye en un elemento para iniciar el estudio de la función”<sup>53</sup> haciendo énfasis en la variación discreta; sin embargo, la gráfica permite tener una visión continua y general de la función, “particularmente la gráfica tiene como fin abordar los aspectos de la dependencia entre variables, gestando la noción de función como dependencia”<sup>54</sup>.

---

<sup>53</sup> Lineamientos curriculares de matemáticas, Op. cit., p. 50.

<sup>54</sup> Lineamientos curriculares de matemáticas, Op. cit., p. 51.

En los Estándares Básicos de Competencias para el área de matemáticas, en el apartado del grado octavo y noveno, en lo relacionado con el pensamiento variacional, se pretende evaluar procesos que los estudiantes manifiesten, en nuestro caso, relacionados con la función lineal<sup>55</sup>.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) concretan estos estándares a través de unos enunciados y evidencias que se concretan en un ejemplo.

En la matriz de referencia del grado noveno, de la competencia numérico variacional se extrajo el enunciado del aprendizaje relacionado únicamente con la variación que a su vez está relacionado con el concepto función.

Teniendo en cuenta estos tres documentos: Estándares Básicos de Competencias, DBA y la Matriz de Referencia, se elaboró la Tabla 3 que relaciona el estándar con el número del ejemplo del DBA y el aprendizaje de la matriz de referencia.

Tabla 3. Funciones: Comparación entre EBC, DBA Y Matriz de referencia

Estándar Básico de Competencia	DBA	Matriz de referencia
	9no	Numérico variacional
Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.	DBA 2, evidencia 3.	Resolver problemas en situaciones de variación con
Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.	4 y 7	funciones polinómicas y
Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.	Son procedimientos	exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

---

<sup>55</sup> Ibid., p. 86-87.

**1.7.2 Análisis de contenido.** En este apartado se muestra el análisis de contenido procurando seguir a Luís Rico, el cual divide el contenido en dos campos: el conceptual y el procedimental. En el caso de esta investigación el contenido es la Función Lineal.

**1.7.2.1 Campo conceptual del concepto función.** A continuación, se presentan los términos, notaciones y conceptos relacionados con la Función Lineal.

**Términos:** Función, Plano cartesiano, Coordenada, Abscisa, Ordenada, Incrementos, pendiente, patrón, modelación, números reales, ecuación, magnitud, expresión algebraica, situación problema, variación, variable, dominio, rango, variable dependiente e independiente, función creciente y función decreciente.

**Principales notaciones que aluden a la función:**

- Uso de letras para representar las variables, generalmente la letra  $y$  para la variable dependiente y la letra  $x$  para la variable independiente.
- Ecuación de la recta:  $y = mx + b$ , donde la letra  $m$  es la pendiente y la letra  $b$  es el valor de la ordenada del punto de corte con el eje  $y$ .
- Para la gráfica, se necesita: La representación de un par ordenado  $(x, y) \neq (y, x)$ .

**Conceptos asociados a función:**

- Una función creciente es una función tal que al aumentar la variable independiente  $x$ , aumenta la variable dependiente  $y$ . Es decir, la función  $f$  es creciente si para cualquier par de puntos  $x_1$  y  $x_2$  del dominio tales que  $x_1 < x_2$ , se cumple que  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .



- Una función decreciente es una función tal que al aumentar la variable independiente  $x$ , disminuye la variable dependiente  $y$ .
- Los números reales se simbolizan con  $\mathbb{R}$  y es la unión entre el conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales.
- La expresión algebraica es aquella enunciación expuesta en lenguaje matemático, formada por números y símbolos representados con letras (indicadores de incógnitas o variables, pues indican cantidades que se deben averiguar o una generalización de diferentes cantidades) que se encuentran vinculados entre sí por medio de signos, que señalan las operaciones que se necesitan efectuar, ya sean sumas, restas, multiplicaciones, divisiones o potenciaciones.
- Definiremos una situación problemática como un espacio de interrogantes que posibilite, tanto la conceptualización como la simbolización y aplicación significativa de los conceptos para plantear y resolver problemas de tipo matemático.
- Un patrón es cualquier secuencia de números que pueda ser modelada por una función matemática.
- La modelación matemática es aquella que emplea algún tipo de formulismo matemático para expresar relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y/o entidades u operaciones, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad. El objetivo del modelo matemático es entender ampliamente el fenómeno y tal vez predecir su comportamiento en el futuro.
- La finalidad del plano cartesiano es ubicar parejas de puntos llamadas coordenadas que se forman con un valor " $x$ " y un valor " $y$ " representado como  $P(x, y)$ .
- Una coordenada se forma con una pareja de números separados por una coma y escritos dentro de un paréntesis. El primer número es conocido como abscisa y

el segundo como ordenada. El número de la abscisa se ubica contando en el eje  $x$ , mientras que el de la ordenada se cuenta en el eje  $y$ .

- Una función es una relación entre un conjunto, llamado dominio, y otro conjunto, llamado rango, de forma que a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento del rango.
- El dominio de una función es el conjunto de entrada de valores de la función. Se define como el conjunto de valores de la variable independiente para los que se puede calcular el valor de la variable dependiente. El cálculo del dominio de una función es muy importante, porque nos indica dónde tiene sentido dicha función.
- El rango de una función es el conjunto de todos los valores que la variable dependiente toma.
- Cuando el valor de una magnitud depende exclusivamente del valor de otra magnitud, se establece una función matemática. Esta segunda magnitud, que determina el valor de la primera, recibe el nombre de variable independiente. En cambio, la magnitud cuyo valor depende de la otra actúa como una variable dependiente.
- Una ecuación es una igualdad en la cual hay términos conocidos y términos desconocidos. El término desconocido se llama incógnita y se representa generalmente por letras minúsculas del abecedario.
- La magnitud es una medida asignada a cada uno de los objetos de un conjunto medible, formados por objetos matemáticos.
- Se define variación para esta unidad como el cambio de valor de una magnitud o de una cantidad.
- La variable es el símbolo que representa el conjunto de valores que puede tomar una determinada magnitud.
- Una función lineal es de la forma  $f(x) = mx + b$ , donde  $m, b \in \mathbb{R}$  y  $m \neq 0$ .
- Los incrementos son los cambios netos de coordenadas. Se calculan restando las coordenadas del punto inicial de las del punto final  $\Delta x = x_2 - x_1$ ,  $\Delta y = y_2 - y_1$

para dos puntos  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ . Los incrementos  $\Delta x$  se denominan avance o corrida y en  $\Delta y$  elevación.

- La pendiente ( $m$ ) es la razón entre los incrementos de avance o corrida y la elevación.  $m = \frac{\text{Elevación}}{\text{Corrida}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ . Las rectas verticales no tienen pendiente definida y tampoco representan una función. Las rectas horizontales tienen pendiente cero.

**1.7.2.2 Campo procedimental del concepto función.** A continuación, se explicitan los principales elementos que permiten evidenciar el aprendizaje de la función lineal en los escolares tales como: las destrezas, los razonamientos y las estrategias.

**Destrezas asociadas al concepto función:**

- Reconocer una función lineal y sus funciones afines.
- Identificar la pendiente y el punto de corte con el eje  $y$ , tanto en la representación algebraica (ecuación de la recta) como en la gráfica.
- Relacionar una función lineal creciente o decreciente con los diferentes sistemas de representación de una función.

**Razonamientos involucrados en el concepto función:**

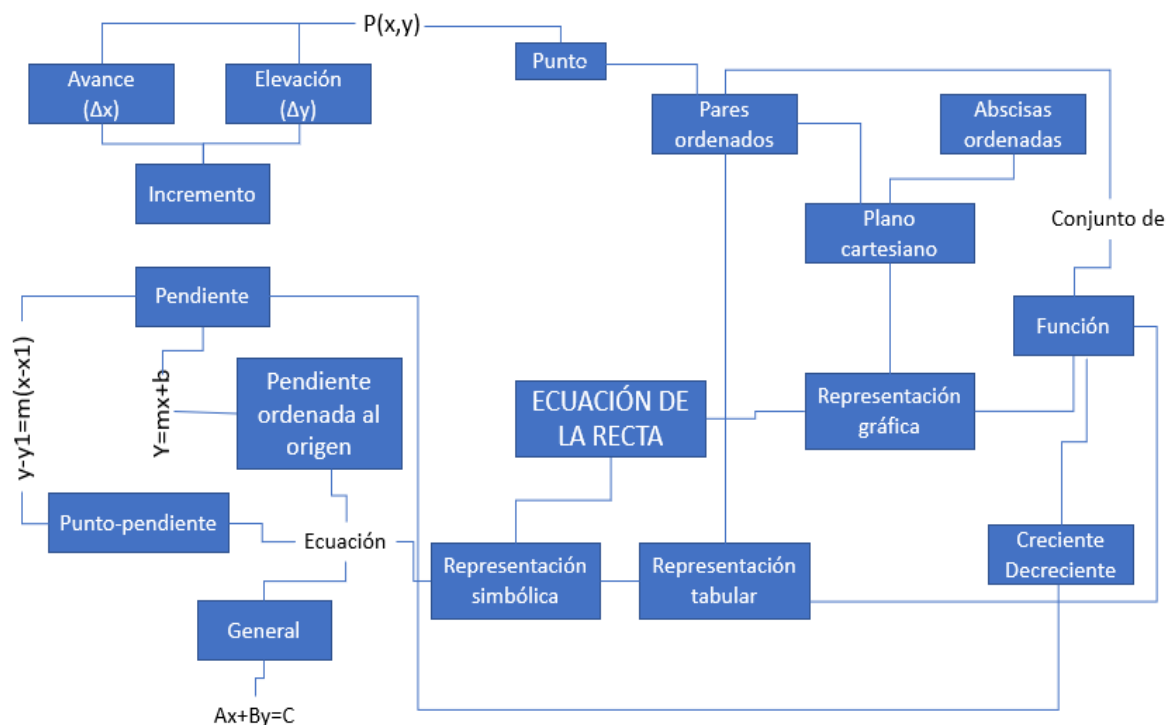
- Razonamiento deductivo:
  - Obtener la relación entre las ecuaciones y las gráficas, como relacionar la pendiente con la inclinación de la recta, relacionar el punto de corte en el eje “ $y$ ” con el término independiente de la ecuación. A partir de lo anterior formular generalizaciones.

- Encontrar la relación de dependencia identificando la variable dependiente e independiente de una situación que se comporte linealmente.
- Razonamiento Figurativo: Obtener la expresión algebraica de una función lineal desde el gráfico en el plano cartesiano.

### Estrategias involucradas en el concepto función:

- Plantear ecuaciones lineales que modelen situaciones.
- Identificar los elementos (pendiente, creciente, decreciente, puntos de corte), a partir de los diferentes sistemas de representación de una función.
- La representación gráfica de una función lineal es una recta que se compone de elementos como la pendiente y el punto de intercepto con el eje  $y$ , los demás elementos relacionados con este objeto matemático se presentan en la Figura 1.

Figura 1. Elementos conceptuales asociados a la función lineal.



**1.7.2.3 Sistemas de representación del concepto función.** La función lineal se representa desde los siguientes sistemas:

- Forma verbal: es la relación entre las variables que se realiza por medio de un enunciado, es decir, una descripción con palabras.
- Expresión algebraica: esta expresión se simboliza  $y = f(x)$  donde  $x$  es la variable independiente y representa los elementos de  $Dom f$ , y  $y$  es la variable dependiente que representa los elementos de  $Ran f$ .
- Tabla de valores: es un arreglo con dos filas, en donde se ubican los valores que toma la variable independiente en una fila y en la otra se ubican los valores que se obtienen para la variable dependiente.
- Gráfica: es un diagrama sagital o un diagrama cartesiano, en el cual se ubican los elementos del dominio en el eje horizontal y los elementos del rango en el eje vertical.

A continuación, se muestra un ejemplo de una situación en donde se mostrarán las representaciones mencionadas anteriormente:

- **Representación verbal:** el alquiler de un puesto para una feria es de quinientos mil pesos por día más trescientos cincuenta mil pesos fijos.
- **Expresión algebraica:** la expresión algebraica que representa la situación anterior es  $y = 500.000x + 350.000$ .
- **Tabla de valores:** a continuación, se muestra la tabla de valores donde se representa el precio del alquiler por el número de días transcurridos.

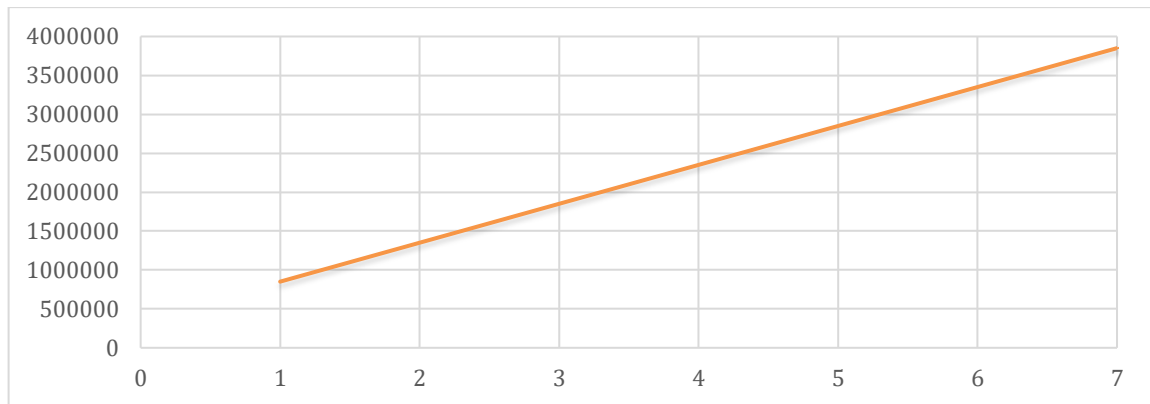
Tabla 4. Tabla de valores.

Número de días	1	2	3	4	5	6	7
Alquiler	850000	1350000	1850000	2350000	2850000	3350000	3850000

Fuente: RAMIREZ (2010).

- **Gráfica:** la situación anterior representa una función lineal, por lo que su gráfica es una línea recta como se muestra a continuación.

Figura 2. Precio del alquiler (pesos) vs tiempo (días).



**1.7.3 Fenomenología.** Las funciones lineales, sirven para describir multitud de fenómenos en los que se relacionan dos magnitudes que varían proporcionalmente.

Dichas magnitudes se pueden estudiar en áreas como la economía, la física, la química entre otras ciencias y áreas de conocimiento, así como en el comercio.

En economía se puede observar cuando se realiza el cálculo de valores de oferta y demanda o para obtener valores de unidad de inversión, en la física cuando se estudian las magnitudes velocidad y tiempo de un cuerpo que se encuentra en movimiento rectilíneo uniforme y en el comercio cuando se hace el cálculo de costos y precios de productos. Situaciones similares a las mencionadas anteriormente, se planearon como tareas en las sesiones de clase y se presentan en la Tabla 11.

**1.7.4 Evolución histórica de la función.** En el estudio del 2008 de López y Sosa<sup>56</sup>, se hizo una revisión documental sobre las prácticas de enseñanza donde expresa que hay una forma casi dogmática de abordar el contenido de función, e histórica sobre la evolución del concepto de función. Sin embargo, sólo tomamos la revisión histórica como muestra la Tabla 5.

Tabla 5. Evolución del concepto de función.

ÉPOCA	CONCEPCIÓN	EVOLUCIÓN
<b>EDAD MEDIA.</b>	Descripción verbal y gráfica.	No había idea abstracta de variable.
		Idea de variables independientes y dependientes, pero no estaban definidas.
<b>PERIODO MODERNO (FINALES XVI)</b>	Expresiones analíticas.	Momento en el que Descartes y Fermat liberan al álgebra y la aritmética de la geometría.
<b>1692 LEIBNIZ</b>	Gráfica.	Utiliza por primera vez el término función para referirse a cualquier cantidad que varía de un punto a otro, como la longitud de la tangente...Para él la curva estaba formada por un número infinito de tramos rectos infinitamente pequeños.
<b>1775 EULER</b>	Expresión algebraica, analítica.	"La función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de esa cantidad variable y de número o cantidades constantes".
<b>1753 BERNOULLI</b>		"llamamos función a las diversas cantidades dadas de alguna forma por una (cantidad) indeterminada de $x$ , y por constantes ya sea algebraica o trascendentalmente".

<sup>56</sup> LÓPEZ, Jesús y SOSA, Landy. Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. En: Acta latinoamericana de matemática educativa [En línea]. Vol. 21 No 1 (2008); p 312-313.

ÉPOCA	CONCEPCIÓN	EVOLUCIÓN
1829 DIRCHLET	De correspondencia.	"y es una función de la variable $x$ , definida en el intervalo $a < x < b$ , si para todo valor de la variable $x$ en este intervalo, le corresponde un valor determinado de la variable $y$ . Además, es irrelevante como se establece esa correspondencia".
TEORÍA DE CONJUNTOS, CANTOR (1845-1918)		"Toda correspondencia arbitraria que satisfaga la condición de unicidad entre conjunto numéricos o no numéricos".

**1.7.5 Marco didáctico.** Para la creación de las sesiones de clase de matemáticas se adoptó como referente a Luis Rico y Pedro Gómez<sup>57</sup>, de modo que se realizó las respectivas etapas que se presentan en el siguiente cuadro comparativo. En la Tabla 6 se resumen los presupuestos de los autores. Resaltamos que, el desarrollo de las sesiones se centró en la instrucción Metacognitiva elaborada por la investigadora Mateos.

---

<sup>57</sup> BLANCO, Gaspar, VALCÁRCEL, María. Diseño de unidades didácticas en el área de Ciencias Experimentales. En: Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas [En línea]. Vol. 11 No 1 (1993); p. 33-44.



Tabla 6. Marco Didáctico del estudio: Descriptores y Referentes

<b>MARCO DIDÁCTICO ADOPTADO EN EL PROYECTO</b>	
<b>MATEMÁTICAS</b>	
<b>Análisis de contenido<sup>58</sup>.</b>	<b>Análisis cognitivo<sup>59</sup>.</b>
<p>Revisión del contenido matemático para reconocer los diferentes significados, no implica que todo lo indagado se utilice en la instrucción, se compone de tres organizadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estructura conceptual</li> <li>• Sistemas de representación</li> <li>• Fenomenología.</li> </ul>	<p>Aborda las expectativas del profesor sobre lo que espera que el estudiante aprenda:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Objetivos de aprendizaje y competencias.</li> <li>• Determinar las limitaciones del aprendizaje.</li> <li>• Hipótesis del desarrollo del aprendizaje al abordar las tareas.</li> </ul>
<b>Análisis de Instrucción<sup>60</sup></b>	<b>Análisis de actuación<sup>61</sup></b>
<p>Diseño de tareas acorde a las finalidades educativas planteadas, análisis y organización de las tareas. Características y variables de las tareas: complejidad de una tarea (reproducción, conexión y reflexión).</p>	<p>Es para reconocer:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En qué medida los escolares alcanzan los objetivos de aprendizaje</li> <li>• Cómo las tareas aportaron al logro de los objetivos.</li> <li>• En qué medida el diseño y la implementación de la unidad contribuye a los objetivos.</li> </ul>

<sup>58</sup> CAÑADAS, María, GÓMEZ, Pedro, PINZÓN, Andrés. Apuntes sobre análisis de contenido. En: Módulo 2 de MAD 5 [En línea]. (2016); p. 51.

<sup>59</sup> GONZÁLEZ, María José, GÓMEZ, Pedro. Apuntes sobre análisis cognitivo. En: Módulo 3 de MAD. (2013); p. 34.

<sup>60</sup> FLORES, Pablo, GÓMEZ, Pedro, MARÍN, Antonio. Apuntes sobre análisis de instrucción. En: Módulo 4 de MAD [En línea]. (2013); p. 43.

<sup>61</sup> ROMERO, Isabel, GOMEZ, Pedro. Apuntes sobre análisis de actuación. En: Módulo 5 de MAD 3 [En línea]. (2015); p. 34.

## **2. MATERIALES Y MÉTODOS**

En este apartado se describe la metodología empleada en el estudio, se hacen evidentes los instrumentos utilizados y los métodos aplicados para la sistematización de los resultados. Se eligió la metodología de Investigación Acción, la cual constituye un proceso continuo de búsqueda de explicaciones del oficio docente<sup>62</sup>, integrando la reflexión y el trabajo intelectual en el análisis de las experiencias.

### **2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN**

Este estudio se realizó con un enfoque cualitativo dando prioridad al análisis de tipo descriptivo-explicativo, basado en la Investigación Acción (I.A), la cual se apoya en la experiencia de la práctica en el aula de clase.

El proceso de la I.A marcha sobre “una espiral de reflexión que consta de cuatro fases relacionadas: planificación, acción, observación y reflexión”<sup>63</sup>.

En términos generales la espiral de reflexión parte del plan que incluye la revisión del problema de investigación; la acción se refiere a la implementación del plan de acción; la observación incluye una evaluación de la acción a través de métodos y técnicas apropiadas; la reflexión se realiza sobre los resultados de la evaluación y sobre la acción total, conllevando a un nuevo problema de investigación y, por supuesto, a un nuevo ciclo de planificación, acción, observación y reflexión.

---

<sup>62</sup> HERRERAS, Esperanza. La docencia a través de la investigación-acción. En: Revista Iberoamericana de Educación [En línea]. Vol. 35 No 1 (2004); p. 1-9.

<sup>63</sup> KEMMIS, Stephen. Investigación en la acción. Enciclopedia internacional de la educación. 1989, Citado por LATORRE, Antonio. La Investigación-Acción: Conocer y Cambiar la práctica educativa. 3 ed. Barcelona: Editorial Graó, 2005. p 35. (Serie Investigación educativa; vol. 179). ISBN 10:84-7827-292-5.

**2.1.1 Fases de la Investigación Acción en este estudio.** En coherencia con el tipo de investigación empleada en este trabajo, se presenta a continuación las acciones realizadas del estudio en relación con las fases de la investigación acción.

En la Tabla 7 se muestra la relación de las fases de la Investigación Acción y de las fases aplicadas en el desarrollo del trabajo.

Tabla 7. Fases de la Investigación Acción y fases aplicadas al proyecto.

FASES	DEFINICIÓN	APLICACIÓN EN EL PROYECTO.
<b>PLANIFICACIÓN DE LA ACCIÓN</b>	<p>Se corresponde con el inicio de la investigación, en donde se busca el origen y las características del objeto a investigar. Esta fase se constituye en tres momentos<sup>64</sup>: <b>identificar el problema objeto de estudio.</b></p> <p><b>Realizar un diagnóstico o estado del problema</b> a fin de tener el chequeo del estado actual (antes de la intervención) de la situación problema, de manera que sean datos útiles de</p>	<p><b>MAI.</b> Se propone una prueba en matemáticas (Anexo 11) para contextualizar a los estudiantes, posteriormente se aplicó el instrumento MAI el cual completaron los escolares, sugiriéndoles que pensarán en el desarrollo de la prueba anterior, para diagnosticar el objeto de estudio: las habilidades metacognitivas, en el contexto de las matemáticas.</p> <p>Los resultados del diagnóstico MAI se utilizaron en el diseño de la secuencia didáctica. De modo que las habilidades que se diagnosticaron como bajas,</p>

<sup>64</sup> LATORRE, Antonio. La Investigación-Acción: Conocer y Cambiar la práctica educativa. España: Editorial Graó, de IRIF, S.L, 2003,. p. 41- 49.

FASES	DEFINICIÓN	APLICACIÓN EN EL PROYECTO.
	<p>comparación después de realizado el plan de acción.</p> <p><b>Plantear una hipótesis de acción o acción estratégica:</b> la acción estratégica, es un plan de acción que se alimenta de la revisión de literatura y el diagnóstico, se precisan y hacen explícitos los pasos a realizar y el cronograma.</p> <p>Para el caso de este trabajo: ¿cuáles son las habilidades metacognitivas que favorecen el aprendizaje del concepto función lineal?</p>	<p>son las que se promueven a través de tareas pertinentes.</p>
<b>LA ACCIÓN</b>	<p>Se dedica a ejecutar la acción estratégica, dicha acción debe ser meditada y además controlada; sin embargo, por la naturaleza de los objetos de investigación está abierta a los posibles imprevistos<sup>65</sup>.</p>	<p><b>Metodología de intervención.</b></p> <p>De acuerdo con los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica y en afinidad con la malla curricular de la institución, los lineamientos y estándares se diseñaron y</p>

---

<sup>65</sup> Ibid. p. 47-48.

FASES	DEFINICIÓN	APLICACIÓN EN EL PROYECTO.
		<p>aplicaron las estrategias didácticas.</p> <p>Para el diseño de las tareas se atendió al modelo planteado por Mateos, incluye cuatro momentos: la instrucción explícita; la práctica guiada; la práctica cooperativa y la práctica individual.</p>
<b>OBSERVACIÓN DE LA ACCIÓN</b>	<p>Es el momento en el cual se registra el proceso de la acción, las condiciones en que ocurre la intervención y sus efectos. De manera sucinta, en esta fase se genera información acerca de la acción con la que más adelante se realiza la reflexión, evaluación y explicar lo sucedido<sup>66</sup></p>	<p>Se realizó durante la implementación de las tareas involucradas, se hizo seguimiento de las habilidades manifestadas por el escolar y se observó en cada una de las sesiones, los desempeños propuestos en la planeación.</p> <p>Para tener el registro del proceso de la acción, se utilizó los instrumentos descritos en las fuentes de análisis para la investigación (instrumentos).</p>

---

<sup>66</sup> Ibid. p. 48-49.

FASES	DEFINICIÓN	APLICACIÓN EN EL PROYECTO.
<b>REFLEXIÓN</b>	Es la fase que continúa durante y posterior a la acción, utiliza la información que proviene de la observación y permite identificar si se produjo mejora o no. También implica una elaboración conceptual de la información y un modo de expresarla que hace posible su presentación, interpretación y comunicación <sup>67</sup> .	Esta fase, se apoyó con el registro de la información que nos permitió:  <b>Determinar las habilidades metacognitivas</b> que fueron evidenciadas a través de la reflexión sobre los fallos y aciertos.  <b>Replantear las tareas.</b> Reflexionar y confrontar acerca de la instrucción ejecutada con la metodología de instrucción planteada.

## 2.2 EL CONTEXTO Y LOS PARTICIPANTES DE LA INVESTIGACIÓN

El estudio se desarrolló en el contexto de la educación básica secundaria con estudiantes de la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo de la ciudad de Villavicencio – Meta.

Los sujetos de estudio fueron escolares del grado 9-1 de la jornada de la tarde. La población era de 45 estudiantes y se tomó como muestra de la investigación a 21, los cuales entregaron el trabajo durante la sesión de clase, de no ser así, no se garantizaba que el desarrollo del trabajo era realizado por los mismos estudiantes y

---

<sup>67</sup> Ibid. p. 82-83.

a conciencia, además, los espacios fuera de la clase no fueron contemplados para hacer seguimiento a los sujetos de estudio. Sus edades se encontraban en el intervalo de 13-16 años y su nivel socio económico correspondía al estrato 1, 2 y 3.

## **2.3 LAS FUENTES DE ANÁLISIS PARA LA INVESTIGACIÓN**

A continuación, se determinan y definen los instrumentos utilizados en este trabajo.

**2.3.1 Instrumento de diagnóstico.** El inventario de habilidades metacognitivas (MAI), se utilizó como elemento de diagnóstico para identificar las habilidades metacognitivas que dominan los escolares y con ello tener insumos para el diseño de la intervención.

Previo a la aplicación del MAI, los estudiantes respondieron una prueba matemática (ver Anexo 11), con el fin de ponerlos en contexto y enfrentarlos con la solución de un problema. Una vez finalizado el problema, continuaron completando el inventario MAI, en ese momento, se enfatizó repetidas veces a los estudiantes en responder la prueba pensando en el área de matemáticas y en la prueba que recién habían culminado.

El instrumento denominado MAI (ver Anexo 9), por sus siglas en inglés - Metacognitive Awareness Inventory- definido originalmente por Schraw y Dennison. Es un inventario que mide la percepción de las habilidades metacognitivas y fue construido pensando en facilitar el diagnóstico de estas habilidades.

Este inventario fue ajustado y validado ( $\alpha = 0.94$ ) en el año 2014 en el contexto colombiano por Huertas y colaboradores<sup>68</sup>. La prueba fue usada en escenarios

---

<sup>68</sup> HUERTAS, et al. Op. cit., p. 64.

educativos similares a los de nuestro interés. El instrumento está constituido de 52 ítems. Tabla 8 describe la configuración del instrumento usada por los autores.

Tabla 8. Configuración del instrumento MAI.

Categoría general	Subcategorías	Ítems	Definición
Conocimiento de la cognición	Conocimiento declarativo	5, 10, 12, 16, 17, 20, 32, 46	Conocimiento que tiene un sujeto de su aprendizaje, sus habilidades y el uso de sus capacidades cognitivas.
	Conocimiento procedimental	3, 14, 27, 33.	Conocimiento que tiene un sujeto sobre el empleo de sus estrategias de aprendizaje.
	Conocimiento condicional	15, 18, 26, 29, 35.	Conocimiento que tiene un sujeto acerca de cuándo y por qué utilizar las estrategias de aprendizaje.
Regulación de la cognición	Planificación	4, 6, 8, 22, 23, 42, 45.	Planeación, por parte del sujeto, de los tiempos de estudio, fijación de metas de aprendizaje y selección de recursos.
	Organización	9, 13, 30, 31, 37, 39, 41, 43, 47, 48	Proceso realizado por el sujeto que le permite organizar las actividades en torno al aprendizaje.
	Monitoreo	1, 2, 11, 21, 28, 34, 49	Supervisión que ejerce el sujeto del proceso de aprendizaje durante el desarrollo de tareas.
	Depuración	25, 40, 44, 51, 52.	Proceso realizado por el sujeto y que le permite identificar debilidades en el aprendizaje y ajustar las estrategias para mejorar su desempeño.
	Evaluación	7, 19, 24, 36, 38, 50	Análisis por parte del sujeto, de la efectividad de las estrategias implementadas.

Fuente: HUERTAS, VESGA y GALINDO (2014, p. 56-74).

Cabe destacar que, en la estructura del inventario, se observan las dos grandes categorías, conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición, que refieren a la postura de Flavell y a la de Brown respectivamente.

En este trabajo se acogió la idea de Brown, es decir este estudio se concentró en la categoría **regulación de la cognición**, entendiendo la regulación como acciones que se evidencian por parte de los estudiantes en el aula de clase a partir de una situación o problema, estas acciones se ajustan con la instrucción y el desarrollo de las sesiones de clase en un ambiente natural. En su lugar la categoría



**conocimiento de la cognición**, desea saber cuál es **el conocimiento** que tiene un estudiante en cuanto al desarrollo de su aprendizaje (las habilidades, estrategias que utiliza y la discriminación de la complejidad de las tareas), en este sentido esta categoría no se relaciona con las competencias matemáticas descritas por SABER y empleadas en este estudio, aspecto que se resalta en la categoría regulación de la cognición.

A partir de los resultados que reveló el inventario, se determinó qué elementos de la categoría regulación de la cognición presentaban poco dominio los estudiantes del grupo. Teniendo en cuenta que las habilidades metacognitivas se acoplan con las competencias matemáticas de formulación y ejecución y la argumentación, se aplicaron 3 tareas de diferentes libros de texto enfocadas en la temática función lineal, procurando que fueran problemas de aplicación, los cuales generalmente requieren de las competencias antes mencionadas. De estas tareas, se ajustaron dos (T2 y T3) considerando los resultados del MAI, es decir se configuraron para promover habilidades metacognitivas que evidenciaban bajo dominio según los resultados del MAI.

**2.3.2 El diario de campo.** Se utilizó el diario de campo de la figura 3, como instrumento de registro y descripción de la actuación durante la práctica. Se registraron elementos relacionados con: las habilidades metacognitivas, la pertinencia de las actividades, los errores presentados en clase y las posibles modificaciones de la instrucción.

Entre otros instrumentos se contó con las producciones de los escolares (respuestas a tareas) logradas en el contexto de la investigación y el análisis de las producciones se hizo teniendo en cuenta las habilidades metacognitivas. Estos instrumentos constituyeron los insumos y fuentes para la descripción y análisis de las habilidades de los estudiantes durante el estudio.

Figura 3. Instrumento diario de campo.

**DIARIO DE CAMPO**

**FECHA:**

**CURSO:**

**P: PROFESOR TITULAR:**

**PR: PRACTICANTE:**

---

**DESCRIPCIÓN DE SITUACIONES EN CLASE:**

---

---

---

---

**HABILIDADES METACOGNITIVAS EVIDENCIADAS:**

---

---

---

---

**PERTINENCIA DE LAS ACTIVIDADES.**

---

---

---

---

**ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES.**

---

---

---

---

**ANÁLISIS DE LAS SITUACIONES EVIDENCIADAS EN CLASE.**

---

---

---

---

**MODIFICACIONES.**

---

---

---

---

**2.3.3 Descriptores y variables para el análisis.** Las variables que permiten realizar la descripción de los resultados se definen a priori siguiendo los referentes explicitados en el capítulo 1. Entre ellas:

- Competencias matemáticas: Interpretación-representación, formulación-ejecución y argumentación.
- Los niveles de desempeño: bajo, básico, alto y superior.
- Los niveles de complejidad de una tarea: reproducción, conexión y reflexión
- Habilidades metacognitivas: se definen a través de los perfiles metacognitivos que se corresponden con las subcategorías de la regulación de la cognición (hizo nada, hizo planeación, hizo planeación y control e hizo todos).

### 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 3.1 RESULTADOS

En este apartado, se presenta la información que se obtuvo de las acciones implementadas en las fases aplicadas del proyecto. Esta información se presentará en el siguiente orden:

- Resultados del MAI para la categoría regulación de la cognición.
- Tareas implementadas.
- Caracterización de las tareas. (niveles de desempeño y fase metacognitiva).
- Resultados de la tarea metacognitiva (por niveles de desempeño y según el perfil metacognitivo).
- Implicaciones de las habilidades metacognitivas en el aprendizaje de la función lineal.

**3.1.1 Resultados del MAI.** La prueba MAI se realizó a fin de determinar los ítems que fueron insumo para el diseño de tareas, de modo que estas tareas estuvieran intencionadas para alterar las habilidades metacognitivas. Estos ítems (ver Tabla 10) están agrupados en las subcategorías pertenecientes a la categoría regulación de la cognición (ver Tabla 2).

En el inventario MAI se mide la percepción de un estudiante respecto a la regulación de la cognición con un total de 37 ítems, los cuales fueron reagrupados de acuerdo con la reorganización de la Tabla 2. Se analizó la frecuencia de la escala de valoración del instrumento MAI. Debido a que no hay el mismo número de ítems por categoría, este análisis se realizó por porcentajes. A continuación, se presentan los respectivos resultados en la Tabla 9.

Tabla 9. Resultados del inventario MAI (regulación de la cognición).

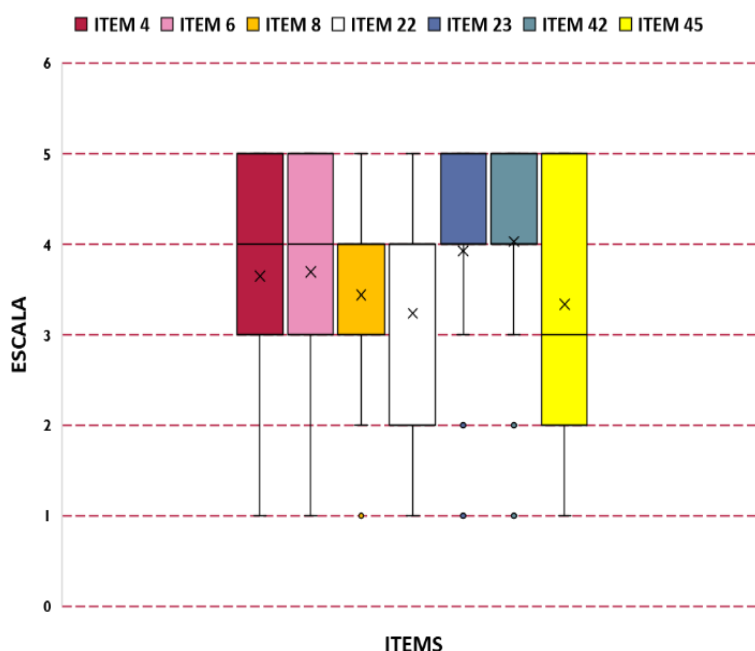
PLANEACIÓN		CONTROL		EVALUACIÓN	
Valoración	porcentaje	Valoración	Porcentaje	Valoración	porcentaje
1	5,73	1	4,49	1	7,26
2	15,23	2	12,18	2	22,22
3	15,08	3	13,03	3	19,66
4	41,63	4	45,73	4	35,04
5	22,32	5	24,57	5	15,81

De acuerdo con estos resultados, podemos observar que las subcategorías que tuvieron un mayor porcentaje de valoración fueron las de control y planeación, en ese mismo orden, por lo que se puede asegurar que los estudiantes perciben que tienen un mayor dominio en estas dos subcategorías en comparación con la subcategoría de evaluación.

Para seleccionar los ítems que indicaban bajo dominio, se realizó una gráfica de caja y bigotes por subcategoría, como primer criterio debe indicar la mediana más baja comparada con la de los otros ítems de la misma categoría, segundo se selecciona los ítems con mayor dispersión y tercero debe ser un ítem con posibilidad de ser trabajado en las tareas, evitando los de complejo control en una sesión de clase.

Los ítems seleccionados, fueron insumo para la elaboración de tareas. A continuación, a modo de ejemplo se presentará el análisis para elegir los ítems de la subcategoría planeación que guiaron el diseño de tareas metacognitivas. Las demás gráficas que permiten observar la elección de los ítems para las subcategorías de la regulación de la cognición se encuentran en el Anexo 1.

Gráfica 1. Resultados subcategoría planeación.



En la Gráfica 1, se presenta los ítems correspondientes a la subcategoría planeación, según el inventario MAI que junto con los ítems de la subcategoría organización fueron reorganizadas en una misma categoría, cómo se muestra en la Tabla 2. Sin embargo, en este trabajo, las gráficas se muestran y analizan por las subcategorías y los ítems seleccionados se ubican según la reorganización. A continuación, se presenta el análisis de la Gráfica 1.

Todos los ítems presentan mediana de 4 a excepción del ítem 45 que marca una mediana de 3, sin embargo, este ítem presenta una actividad con poca posibilidad de ser atendido en la sesión de clase, de modo que se descalifica. El ítem 8 y 22 a diferencia de los otros, no tiene asegurado que el 25% de la población haya escogido 5, adicionalmente el ítem 22 se encuentra muy disperso. En este sentido los ítems apropiados para el diseño de tareas son el 8 y el 22.

Cómo resultado se presentan los siguientes ítems escogidos con su respectiva descripción y que también fueron tomados en cuenta en la elaboración de las tareas metacognitivas.

Observe que el ítem 13 y 37 no se encuentran en la subcategoría planeación (Ver Gráfica 1), implica que se encuentran en la subcategoría organización (ver Gráfica 2). Pero en la tabla 10 están en una misma categoría, esto es por la reorganización que surgió de la revisión de literatura que se describe en el apartado 1.6 y que se consolida para nuestro estudio en la Tabla 2.

Tabla 10. Ítems para la elaboración de la tarea metacognitiva

DIMENSIÓN	PREGUNTA	DESCRIPCIÓN
<b>PLANEACIÓN</b>	ITEM 8	Me propongo ejercicios específicos antes de empezar una tarea.
	ITEM 22	Me hago preguntas sobre el tema antes de empezar a estudiar.
	ITEM 13	Conscientemente centro mi atención en la información que es importante.
	ITEM 37	Mientras estudio hago dibujos o diagramas que me ayudan a entender.
<b>CONTROL</b>	ITEM 11	Cuando resuelvo un problema me pregunto si he tenido en cuenta todas las opciones.
	ITEM 28	Mientras estudio analizo de forma automática la utilidad de las estrategias que uso.
	ITEM 40	Cuando no logro entender un problema cambio las estrategias.
<b>EVALUACIÓN</b>	ITEM 36	Cuando termino una tarea me pregunto hasta qué punto he conseguido mis objetivos.
	ITEM 38	Después de resolver un problema me pregunto si he tenido en cuenta todas las opciones.

**3.1.2 Tareas implementadas.** En la Tabla 11 se presentan las tareas que se planearon para ser implementadas y desarrolladas por los estudiantes de grado 9-1.

Tabla 11. Tareas propuestas para trabajar.

TAREAS	FENÓMENO	PROBLEMA	CONTEXTO	LIBRO DE TEXTO
<b>TAREA 1</b>	Calcular la pendiente de una función lineal, hallar la expresión algebraica, elaborar la gráfica, determinar el crecimiento y decrecimiento de la función lineal.	Calcular pendiente y expresión algebraica, graficar, y discriminar	Gráfico analítico y (matemático)	Matemáticas 10° <sup>69</sup> .
<b>TAREA 2</b>	Plantear la ecuación lineal de la situación.	Modelar graficar y predecir.	Temperatura vs profundidad. (física)	Internet <sup>70</sup>
<b>TAREA 3</b>	Plantear la ecuación lineal de la situación.	Modelar, graficar y predecir.	Temperatura vs tiempo.	los caminos del saber matemáticas 10. Página 25.

A continuación, se presentará, el empleo que se dio a las tareas antes mencionadas en la Tabla 11.

En primera instancia, se efectuó la instrucción de la temática, posteriormente como complemento se aplicó la tarea T1, cuya función fue ejercitar los conocimientos

<sup>69</sup> ECUADOR. MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. Matemática 10° grado: Texto del estudiante. Quito.: Ecuadeciones, 2016. p. 61.

<sup>70</sup> Disponible en: [https://miscompetenciasycapacidadesmatematicas.files.wordpress.com/2016/04/solucionario\\_ficha-5.pdf](https://miscompetenciasycapacidadesmatematicas.files.wordpress.com/2016/04/solucionario_ficha-5.pdf) <



recién aprendidos. Para profundizar en la utilidad de la función lineal se realizó la instrucción enfocada a la resolución de un problema, el cual se presentó como una de las dos formas que Mateos propone en la fase de instrucción explícita, siendo el docente modelo de metacognición (modelado metacognitivo) haciendo explícito los pensamientos y los momentos en los que realiza la planeación, control y evaluación durante la explicación y ejecución del problema de aplicación. Utilizando el diario de campo, se obtiene información acerca de las sesiones de clase.

A continuación, se presenta la Tabla 12 donde se aclara la función de la tarea y su rol en la instrucción metacognitiva.

Tabla 12. Tareas aplicadas, función y rol en la instrucción metacognitiva.

<b>TAREA</b>	<b>FUNCIÓN</b>	<b>FASE DE LA INSTRUCCIÓN METACOGNITIVA.</b>
<b>T1</b>	Ejercitar.	Ninguno.
<b>T2</b>	Motivar el aprendizaje y relacionar el contenido con la realidad.	Instrucción explícita.
<b>T3</b>	Descontextualizar y aplicar.	Práctica guiada y cooperativa.

En este estudio, para explicar los resultados de la instrucción metacognitiva, se describe la ejecución de la fase instrucción explícita (ver Anexo 7) correspondiente con la tarea T2 y se describe con mayor detalle el seguimiento realizado a la tarea T3 perteneciente a la fase de practica guiada y cooperativa, la cual permitió caracterizar las principales habilidades que manifestaron los escolares al dar solución a dicha tarea. Ambas descripciones se realizan a partir de los hechos registrados en el diario de campo y las respuestas consignadas por los estudiantes de la tarea.

**3.1.3 Caracterización de las tareas.** Las tareas implementadas fueron tres, la tarea T1 (ver Anexo 2) es una tarea netamente de reproducción y no hay ítems con intención de promover la metacognición. En su lugar las tareas T2 Y T3 (ver Anexo 3 y Anexo 4, respectivamente) sí procuraron por las habilidades metacognitivas y por un nivel de dificultad mayor al de reproducción. Para caracterizar las tareas T1, T2 Y T3 se usaron las relaciones entre las variables definidas anteriormente en el apartado 2.3.3, que a continuación se detallan.

**3.1.3.1 Relación entre competencias y niveles de complejidad.** En la Tabla 13 se expone la relación entre las tres competencias matemáticas descritas en SABER y los procesos correspondientes a los niveles de complejidad cognitiva definidos en PISA.

Tabla 13. Relación entre las competencias de SABER y los niveles de complejidad de PISA.

REPRODUCCIÓN	CONEXIÓN	REFLEXIÓN
<b>INTERPRETACIÓN Y REPRESENTACIÓN (IR)</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Extrae información relevante.</li> <li>- Manipula registros simbólicos, el gráfico, el natural y todos los que se dan en situaciones que involucren las matemáticas.</li> <li>- No se da explicación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Codifica, descodifica y/o traduce de un sistema de representación a otro.</li> <li>- Comprende la información de sistemas de representación.</li> <li>- Argumenta procesos y los resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Representa en modelos matemáticos situaciones en contexto.</li> <li>- Establece relaciones matemáticas, identifica tendencias y patrones.</li> <li>- Explica relaciones complejas.</li> </ul>
<b>FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN (FE)</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ejercita procedimientos.</li> <li>- Sigue las estrategias dadas por el docente, no las cuestiona, ni las modifica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Plantea y diseña estrategias en contextos menos conocidos. Propone más de una ruta de solución.</li> <li>- Verifica la solución.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Plantea y diseña nuevas estrategias.</li> <li>- Selecciona y verifica la pertinencia de las soluciones, analiza las estrategias de solución.</li> </ul>
<b>ARGUMENTACIÓN (A)</b>		
Verbaliza procedimientos matemáticos.	Justifica la aceptación o el rechazo de afirmaciones, interpretaciones y	Valida o refuta conclusiones, estrategias, soluciones,

REPRODUCCIÓN	CONEXIÓN	REFLEXIÓN
	estrategias de solución basándose en propiedades teoremas o resultados matemáticos.	interpretaciones y representaciones en situaciones problemáticas dando razones del porqué o del cómo se llegó a estas, utilizando ejemplos y contraejemplos, o bien señalando y reflexionando sobre inconsistencias presentes.

A través de la descripción que ofrece la Tabla 13 se determinó el aprendizaje que las tareas T1, T2 y T3 ofrecen a los estudiantes. De modo que se determinó las competencias y el nivel de complejidad de esta, las cuales se muestran en la Tabla 14. Dónde, REP, CON y REF son los niveles cognitivos representación, conexión y reflexión, respectivamente. A su vez IR, FE y A son las tres competencias interpretación y representación; formulación y ejecución, y argumentación, respectivamente.

Tabla 14. Caracterización de las tareas

Nivel. Compl. Competencia	T1			T2			T3		
	REP	CON	REF	REP	CON	REF	REP	CON	REF
IR	X				X	X		X	X
FE						X			X
A						X			X

De esta manera al involucrar en las tareas los procesos metacognitivos, es factible acoplar las competencias. Observe que la tarea T3 solicita que se exprese la actividad metacognitiva a través de la argumentación escrita, de modo que relacionamos que este tipo de actividades estimulan esta competencia. Por otro lado, la competencia formulación y ejecución está vinculada al desarrollo de problemas en contexto al igual que la interpretación y representación.

A continuación, se presenta la relación de cada sección de la tarea T3 con las competencias mencionadas.

Tabla 15. Ejemplo de análisis de competencias en T3.

Tarea T3	Relación con las competencias
<p>a) Lea y determine qué elementos del texto no comprende, apóyese de su compañero para comprender el ejercicio.</p> <p><b>Plan.</b></p> <p>b) Con su compañero elabore un plan para dar solución a la siguiente situación ejercicio (elabore un plan). Sea específico, de ser necesario muestre el plan al docente.</p>	<p>Se solicita que se formule un plan, lo cual corresponde con la competencia Formulación y ejecución.</p> <p>Al tener que negociar los pasos de la planeación con un par, se necesita validar o refutar su elección y la de su compañero, por consiguiente, ha de utilizar la competencia argumentación.</p>
<p><b>Solucione el problema.</b></p>	<p>El estudiante debe hacer uso de la competencia interpretación y representación, comprender el texto y expresarlo en sistemas de representación matemáticos. Realizar razonamientos matemáticos que hilan su pensar y que guían su proceder para con el ejercicio.</p>

Tarea T3	Relación con las competencias
<p><b>Control.</b> Una vez terminado el ejercicio realice los siguientes pasos:</p> <p>d) ¿Puede resolver el problema de otra forma? ¿Cuál?</p>	<p>El propósito de esta pregunta es que el estudiante reflexione sobre alguna alternativa para solucionar el problema, lo cual implica que trate de observar desde otra perspectiva el problema, estos actos se relacionan con la competencia formulación y ejecución.</p>
<p>e) Muestre el cuaderno a uno de sus compañeros (<u>Escriba el nombre</u>) y él debe revisar su solución, si hay errores, su compañero debe escribir en su cuaderno que errores fueron y hacer una recomendación para evitar esos errores.</p> <p>f) Su compañero debe comprobar si siguió el plan que habían elaborado.</p> <p>Llame al docente para revisar el punto e) y f).</p> <p>g) Realice de nuevo el ejercicio con las recomendaciones y correcciones de su compañero.</p>	<p>Siempre que el estudiante interactúe con un par, utiliza la competencia comunicación, para manifestar sus ideas, manifestar el error del otro compañero. Seguramente los estudiantes lo expresan verbalmente, pero debido a la cantidad de participantes, se requiere a través de la tarea que lo comunique por escrito.</p> <p>La habilidad de determinar si un elemento (ya sea resultado, estrategia, o razonamiento) es pertinente corresponde a la competencia argumentación. Esta habilidad es utilizada por ambos estudiantes, el primero para detectar el error del</p>

Tarea T3	Relación con las competencias
	segundo y este último es quién debería resistirse a modificar su trabajo y a procurar defenderlo. Lo cual resulta de mayor dificultad.
<p><b>Evaluación.</b></p> <p>h) ¿Qué ideas le ayudaron a encontrar la solución?</p> <p>i) ¿En algún momento se sintió bloqueado? ¿Por qué?</p>	<p>En el apartado evaluación, las preguntas deben guiar a los estudiantes a reflexionar sobre lo realizado, la idea es recopilar los elementos que le colaboraron en la solución. Es decir, despertar conciencia de qué mecanismos cognitivos fueron más efectivos.</p> <p>Expresar en qué medida y cómo le sirvieron las ideas, es explicar por qué su razonamiento o camino para llegar a la solución es la adecuada. Es decir, utilizan la competencia argumentación.</p>

**3.1.3.2 Relación entre competencias y niveles de desempeño.** En la Tabla 16 se expone la relación entre los 4 niveles de desempeño y las competencias matemáticas.

Tabla 16. Niveles de desempeño por competencias de la tarea metacognitiva.

Desemp. Competen.	Bajo (B)	Básico (BS)	Alto (A)	Superior (S)
<b>IR</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las variables, pero no las clasifica de acuerdo con su dependencia.</li> <li>- No establece relaciones entre las variables.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconoce que debe identificar la variable dependiente e independiente.</li> <li>- Encuentra la relación entre las variables.</li> <li>- Intenta realizar con dificultad uno o dos sistemas de representación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica la pendiente y el intercepto con el eje y.</li> <li>- Realiza sistemas de representación, pero no consigue realizar la ecuación lineal, sin embargo, demuestra nociones de reconocer la forma de la ecuación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modela en una ecuación lineal la situación, a través de sistemas de representación</li> <li>- Hace traducción entre dos o más sistemas de representación.</li> </ul>
<b>FE</b>	No propone una ruta	Propone una ruta de solución.	Reflexiona sobre la efectividad de la ruta planteada.	Plantea otra estrategia para abordar la situación. Reflexiona y evalúa su primera ruta propuesta.
<b>A</b>	No presenta argumentos durante el desarrollo.	Presenta argumentos, pero no identifica errores.	Identifica errores y argumenta las modificaciones.	Valida o refuta representaciones y soluciones, a través de razonamientos o ejemplos.

**3.1.3.3 Relación entre competencias y perfiles metacognitivos.** La tarea T3, se divide en tres apartados, titulados como “planeación, control y evaluación”, que coinciden con los tres procesos metacognitivos, los cuales se relacionan con los perfiles metacognitivos, estos a su vez se relacionan con las competencias matemáticas, lo cual se expone la Tabla 17.

Tabla 17. Competencias y perfil metacognitivo.

PERFIL METACOGNITIVO	COMPETENCIA	DESCRIPCIÓN	PROCESO METACOGNITIVO
PERFIL HIZO TODOS	ARGUMENTACIÓN	Valida o refuta conclusiones, estrategias, soluciones, interpretaciones y representaciones. Argumenta sus procedimientos y la pertinencia de estos, dando razones del por qué o del cómo se usaron. También da conclusiones de los resultados obtenidos y realiza un análisis de las estrategias utilizadas.	EVALUACIÓN
	ARGUMENTACIÓN	Reflexiona sobre inconsistencias presentes.	CONTROL
	FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN	Selecciona y verifica la pertinencia de soluciones propuestas a problemas determinados.	
	FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN	Plantea y diseña estrategias que permitan solucionar problemas provenientes de diversos contextos.	PLANEACIÓN



**3.1.4 Resultados de la tarea metacognitiva.** En este apartado se presentan los análisis de la tarea T3, la cual se implementó durante la fase de práctica guiada y cooperativa de la instrucción metacognitiva, con la función de aplicar y descontextualizar el contenido aprendido (función lineal) tal como se configuró en el apartado 3.1.2 (ver Tabla 12). El análisis se describe en términos de las variables descritas anteriormente.

**3.1.4.1 Resultados de la tarea T3 por niveles de desempeño.** Con el propósito de analizar las producciones de los escolares en esta tarea, se sigue la Tabla 16 que describe los desempeños por competencias que evalúa la tarea en mención.

En la Tabla 18, se presenta un ejemplo de la descripción del procedimiento seguido para analizar el contenido de las producciones de los 21 estudiantes en la T3. Los argumentos aquí expresados se confirman con los registros del diario de campo. En el Anexo 5 se pueden encontrar los demás ejemplos para cada una de las competencias y niveles de desempeño.

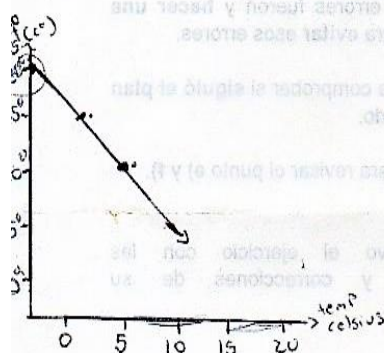
Tabla 18. Ejemplo del análisis por desempeños.

# Interpretación y representación (IR): Nivel alto

## 1 Plan

- Analizar el problema
- elaborar una tabla de datos
- elaborar la grafica de los datos
- El disminuye cada suma ya que el aparato este apagado y el aire se concentra en un punto empieza a disminuir.

Temperatura (C°)	30	26	22	18
temp. celsius	0	5	10	15



temp	temp
0	30
5	26

$$\frac{26 - 30}{5 - 0} = \frac{-4}{5}$$

P(0, 30)

P(5, 26)

pendiente

$$P = \frac{4}{5} (45 + 30) \text{ la ecuacion } = 4x =$$

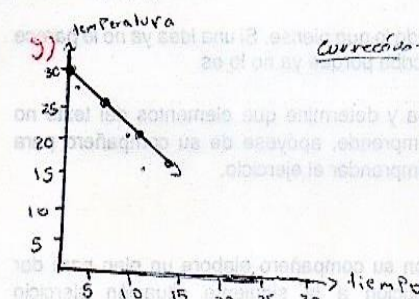
$$+ 16$$

$$+ = \frac{60}{5} + \frac{30}{1} = \frac{-6 + 130}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

$$b = 30$$

D) Rta: la que yo pienso es que no hay otra forma de resolver el problema, ya que si encontramos otra seria muy complicada desarrollar la, y J

Daniel Torres  
e) estan todo bien Pero le falta el punto de corte Para Poder tener bien clara la expresion



Corrección propia

- Falta escribir el punto de corte.

- No tiene la función armada  $y = mx + b$

h) Rta: con ayuda de la comprensión de lectura y ayuda de los maestros

i) Rta: me senti bloqueado en encontrar la variable pero con ayuda me mi maestro me ayudo

El estudiante reconoce a partir de la representación gráfica el punto intercepto y a través de la representación tabular, interpretamos que observa con mayor facilidad el par de puntos para desarrollar el procedimiento adecuado para obtener la pendiente. A pesar de tener todos los elementos para armar la expresión algebraica de la función, no la concreta. El estudiante realiza otro procedimiento distinto, hace una sustitución y halla la imagen, de modo que corrobora que obtiene el mismo punto de la tabla. En los diarios de campo se observa que ellos entienden la sustitución como una “solución” y entre más “soluciones” (sustituciones) se elaboren, más exacta es la solución.

**Formulación y ejecución (FE): nivel básico.**

El estudiante formula un plan o ruta de desarrollo, pero no reflexiona sobre ella. Sin embargo, hace hincapié en que la comprensión de la lectura fue una táctica que le ayudó. Explica que no hay otra manera de solucionar el problema y si existiera otra, sería complicada.

**Argumentación (A): nivel básico.**

El estudiante intenta generar un argumento, pero parece más una explicación que responde al por qué disminuye la temperatura. Sin embargo, él intenta expresar algunas ideas de matemáticas al poner “el disminuye cada suma”, interpretamos que identifica que las variables son inversamente proporcionales. A pesar de la retroalimentación del docente, el estudiante no acoge las correcciones sugeridas.

A modo de resumir la información, se presenta la tabla 19 donde las tareas de los estudiantes son clasificadas según su nivel de desempeño en cada competencia.

Tabla 19. Resultados por niveles de desempeño.

<b>Desempeño</b> <b>Competencia</b>	<b>B</b>	<b>BS</b>	<b>A</b>	<b>S</b>
<b>IR</b>	1	3	8	9
<b>FE</b>	1	13	6	1
<b>A</b>	10	9	2	0

Observe que la competencia argumentación (A) se resalta por tener más cantidad de estudiantes en desempeño bajo, en su lugar interpretación y representación (IR) tiene mayor frecuencia entre los desempeños alto y superior.

La tarea metacognitiva requería que el estudiante comunicara sus argumentos por escrito, la argumentación fue la competencia con más estudiantes en los niveles de desempeño bajo (ver tabla 19). Por otro lado, la competencia interpretación y representación tiene la mayoría de los estudiantes ubicados en alto y superior. Más de la mitad de estos estudiantes se encuentran en el perfil metacognitivo “Hizo todos” según lo expuesto en la Tabla 21.

En relación con los errores, se encontró que 7 estudiantes presentan errores de graficación, poniendo escalas erróneas, etiquetando la escala positiva en el lado izquierdo del eje  $x$  o ubicando números equivocados en las rectas. Para una estudiante la variable dependiente se encontraba en el eje  $x$  y la independiente en el eje  $y$ . El caso de 4 de los 21 estudiantes quienes, a pesar de llevar un buen proceso, al final no escribían la ecuación de la recta, sin embargo, identificaban los elementos para plantear la ecuación y hacían sustituciones, las cuales llamaban “soluciones”, esta les daba la confirmación de que estaba todo bien, de modo que entre más “soluciones” presentaban, más se acercaban a la respuesta.

**3.1.4.2 Resultados de las tareas según el perfil metacognitivo.** Reconocemos que las habilidades metacognitivas no presentan una secuencia en su desarrollo, sin embargo, a efecto de sistematizar las habilidades (planeación, control y evaluación) evidenciadas en la T3, se crearon los siguientes perfiles metacognitivos:

- Hizo nada: el estudiante que se incluye en este perfil no evidenció ninguna de las habilidades metacognitivas en el desarrollo de la tarea, lo cual no implica que no la haya resuelto correctamente.

- Hizo sólo planeación: el estudiante realizó planeación, pasos o ruta para poder solucionar las tareas.
- Hizo planeación y control: el estudiante realizó planeación y durante el desarrollo de la tarea mantuvo un control, especialmente en los aspectos demandados por la tarea.
- Hizo todos: el estudiante realizó planeación, evidenció control en el desarrollo de la tarea y evaluó su proceso haciendo un análisis de las estrategias implementadas.

Siguiendo la Tabla 17, se presenta un ejemplo en la Tabla 20 de la clasificación y el análisis del contenido de las producciones de los 21 estudiantes en la T3, en términos de los perfiles metacognitivos. En el Anexo 6 se pueden encontrar los demás ejemplos para cada una de las competencias y niveles de desempeño.



Tabla 20. Ejemplo de descripción de las tareas por perfil metacognitivo.

**HIZO PLANEACIÓN Y CONTROL: E5**

**Taller 5:**

**Plan:**

1. Comprender la información.
2. Extraer los datos.
3. Organizarlos en una tabla.
4. Bregar ubicarlo en un plano cartesiano.
5. Obtener expresión algebraica por medio del plano cartesiano.

**OS**

**Efectuar el plan:**

1. Bueno. ✓
2.  $30^{\circ}\text{C}$  Sala 1

Se enciende el acondicionador

A los 5 la temperatura de encendido la temperatura es de  $26^{\circ}\text{C}$  y

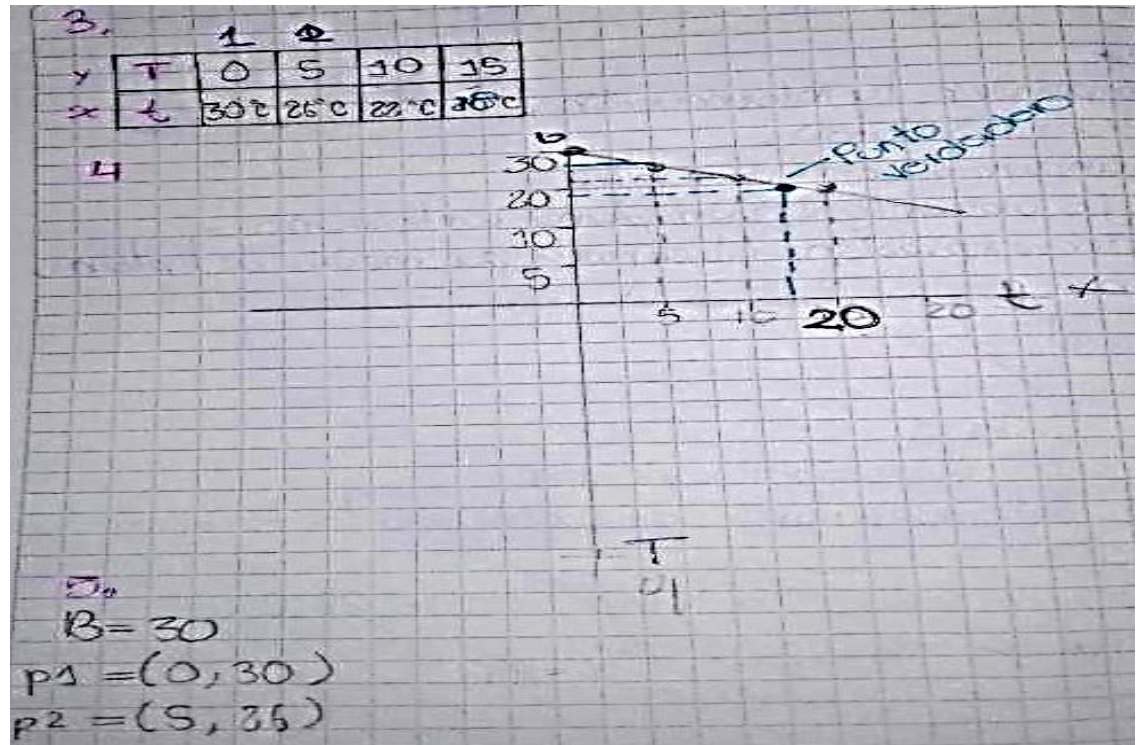
A los 10 minutos la temp. es de  $28^{\circ}\text{C}$ .

Y. Temperatura  $\rightarrow$  Dependiente

X. Tiempo  $\rightarrow$  Independiente



## HIZO PLANEACIÓN Y CONTROL: E5



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{25 - 30}{5 - 0} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$y = mx + b$$

$$y = -1x + 30$$

$$T = -1t + 30$$

corrección

Estubo un poco errónea un poco en la ubicación en el plano y la ubicación o reemplazo de las fórmulas. Siguió el plan.

Lina Castañeda.

**HIZO PLANEACIÓN Y CONTROL: E5**

**Descripción:** elabora un **plan**, y lo sigue. Se interpreta que, para la estudiante, el paso: “extraer los datos” incluye la determinación de qué magnitud es independiente y dependiente.

Su compañera E4 realiza el **control**, sugiriendo correcciones que E5 acoge. De modo que corrige la sustitución del numerador de la pendiente y la escala del eje  $y$ , se alcanza a observar que pone un 20, por encima de otro número. Esta última corrección no es pertinente, debió dejar el 15.

Sin embargo, no hace la parte de evaluación de lo elaborado y logra obtener la forma algebraica de la función lineal.

A modo de sintetizar la información se presenta la siguiente tabla.

Tabla 21. Resultados de los perfiles metacognitivos

PERFIL METACOGNITIVO	CANTIDAD DE ESTUDIANTES
NO HIZO NADA.	1
HIZO SOLO PLANEACIÓN.	2
HIZO PLANEACIÓN Y CONTROL.	3
HIZO TODOS.	15

La mayoría de los estudiantes se ubicaron en el perfil “hizo todos”, debido a que a partir del inicio de agosto se aplicaron las estrategias metacognitivas con los temas correspondientes a la malla curricular del colegio (series y sucesiones), y para finales de septiembre se aplicaron lo referente a la temática función lineal, de la cual se ocupa el proyecto. De modo que los estudiantes en su mayoría expresaban algunos procesos metacognitivos.



Resaltamos según lo registrado en los diarios (Anexos 7 y 8), que en la actividad de las tareas T2 y T3 los estudiantes no solicitaban tantas veces, ni con tanto apuro, ayuda del docente, sobre todo los estudiantes que, en sesiones anteriores, evidenciaron avances en las habilidades metacognitivas.

**3.1.5 Implicaciones de las habilidades metacognitivas en el aprendizaje.** A continuación, se presenta los resultados de la relación entre los niveles de desempeño por competencia y el perfil metacognitivo alcanzado por cada estudiante. Los colores representan el perfil metacognitivo, según como se encuentran asignados en la Tabla 21.

Tabla 22. Relación niveles de desempeño y perfil metacognitivo por estudiante.

NIVELES DE DESEMPEÑO	E2	E4	E7	E15	E18	E26	E29	E30	E31	E34	E36	E39	E40
IR	B	S	S	S	S	A	A	A	BS	A	A	A	S
FE	BS	A	A	A	A	BS	A	BS	BS	S	BS	BS	A
A	B	A	B	A	B	B	BS	B	BS	BS	BS	BS	BS
NIVELES DE DESEMPEÑO	E42	E45	E5	E13	E24	E8	E35	E10					
IR	A	S	S	S	S	BS	A	BS					
FE	BS	BS	BS	BS	BS	BS	BS	B					
A	B	BS	B	BS	B	B	B	BS					

A partir de los resultados de la tabla anterior se configuró la información de otra manera, como se muestra a continuación.

Tabla 23. Desempeño y perfiles metacognitivos.

		COMPETENCIAS											
		IR				FE				A			
Desempeños.	Perfil metacognitv.	B	BS	A	S	B	BS	A	S	B	BS	A	S
	Hizo todos	1	1	7	6	0	8	6	1	6	7	2	0
	Planeación y control	0	0	0	3	0	3	0	0	2	1	0	0
	Planeación	0	1	1	0	0	2	0	0	2	0	0	0
	Hizo nada.	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
	Total	1	3	8	9	1	13	6	1	10	9	2	0

La tabla anterior, relaciona las competencias con el perfil metacognitivo de modo que, si un estudiante se ubica en desempeño alto en la competencia interpretación-representación y en el perfil metacognitivo se ubica en planeación y control, aumenta en una unidad la casilla que se relaciona por estas dos condiciones.

Observe que un mismo estudiante dentro de una competencia no puede ubicarse en un mismo nivel de desempeño y con diferente perfil metacognitivo o viceversa. A modo de ejemplo, el estudiante E34 de la Tabla 22, en la competencia interpretación-representación, tiene nivel de desempeño alto (A) y se ubica en el perfil metacognitivo hizo todos, de modo que todos los niveles de desempeño de cada competencia de un mismo estudiante se van a relacionar con un mismo perfil metacognitivo.

Al sumar los totales de los niveles de desempeño al interior de cada competencia se observa que el total es el mismo por competencia y corresponde al número de estudiantes seleccionados. Si sumamos los totales de los niveles de desempeño de la competencia IR,  $1+3+8+9$ , el resultado es igual a 21, que representa al número de estudiantes seleccionados.

Los estudiantes que realizaron como mínimo la planeación, no obtuvieron bajo desempeño en las dos primeras competencias, pero si en la competencia de argumentación. Todos los estudiantes que no desarrollaron procesos metacognitivos obtuvieron un nivel de desempeño bajo en cada una de las competencias.

La clasificación de los perfiles metacognitivos se realizó teniendo en cuenta el desarrollo de los procesos metacognitivos por parte de los estudiantes, sin tener en cuenta si acertaron en el resultado. Es decir, los estudiantes pueden realizar análisis, planeación o correcciones teniendo procedimientos o conceptos erróneos.

Implica que en alguna medida los que demuestran al menos la habilidad de planeación se ubica en más que bajo en mínimo una de las competencias.

Otro aspecto para tener en cuenta es que la tarea metacognitiva se propuso como primer enfrentamiento del estudiante a la situación, respecto a la temática. De modo que procuramos que los estudiantes solucionaran problemas que no fuesen rutinarios.

A partir de los niveles de desempeño más destacados, se observa que, en interpretación y representación, la mayoría de los estudiantes se ubican en el perfil hizo todos. En la competencia formulación y ejecución la mayoría se ubica entre básico y alto siendo estos en mayor medida de perfil hizo todos, es decir las habilidades evitan que se ubiquen en bajo, puesto que hay estudiantes que se ubican en alto en esta misma competencia. Sin embargo, lo referente a la competencia argumentación, casi la mitad se ubica en bajo y la otra mita entre básico y alto, de modo que no es claro si la competencia está siendo favorecida, a pesar de ello, los dos estudiantes ubicados en alto fueron de perfil metacognitivo hizo todos.

En este sentido no se puede discriminar cuales son los procesos metacognitivos que favorecen al aprendizaje de la función, pero si se puede decir que entre más procesos se encuentren involucrados mayor es el nivel de desempeño del estudiante al demostrar sus competencias interpretación representación y formulación-ejecución.

### **3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Los resultados obtenidos, se relacionaron e interpretaron de acuerdo con otras investigaciones que abordan la metacognición en el contexto educativo. Se presentarán en el mismo orden que los resultados del apartado anterior.

**3.2.1 Resultados en relación con la caracterización de las tareas.** La elaboración de tareas que apuntan a la metacognición, suelen ser tareas que procuran mejorar las tres competencias matemáticas y se acoplan con facilidad. Como lo afirma Peñalva<sup>71</sup>, las competencias matemáticas se asocian con las metacognitivas, implicando su fácil relación con las tareas.

A pesar de resaltar esta característica, este tipo de tarea suele ser bastante largas a lo acostumbrado, a pesar de tener preguntas simples acerca de la actividad llevada a cabo.

**3.2.2 Resultados en relación con la tarea T3 por niveles de desempeño.** A pesar de que la tarea T3 apuntaba en su mayoría a la competencia formulación- ejecución y la competencia argumentación, llama la atención que los estudiantes aún presentan dificultad para justificar sus ideas.

Profundizando en la tarea T3, el proceso metacognitivo evaluación solicitó a los estudiantes realizar retrospectiva del ejercicio y expresar las ideas clave que ayudaron a solucionar el problema, sin embargo, las respuestas en su mayoría fueron subjetivas, expresaban sentimientos y agradecimientos. Lo anterior permite evidenciar que los estudiantes no demostraron la competencia matemática de la argumentación, a pesar que esta, en términos teóricos, está relacionada con la metacognición, específicamente con los procesos control y evaluación, tal como lo afirma Bernardo<sup>72</sup>.

La competencia interpretación y representación, según sus niveles de desempeño se asocia fuertemente a la típica actividad matemática rutinaria en el colegio, donde se reúnen varios elementos como la ejecución de procedimientos, identificar

---

<sup>71</sup> PEÑALVA, Laura. Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. En: Política y Cultura [En línea]. No 33 (2010); p 135-151.

<sup>72</sup> QUIROGA, Bernardo, et al. Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje . 1 ed. Florencia.: Universidad de la Amazonía, 2013. 360 p. ISBN 978-958-8770-17-8.

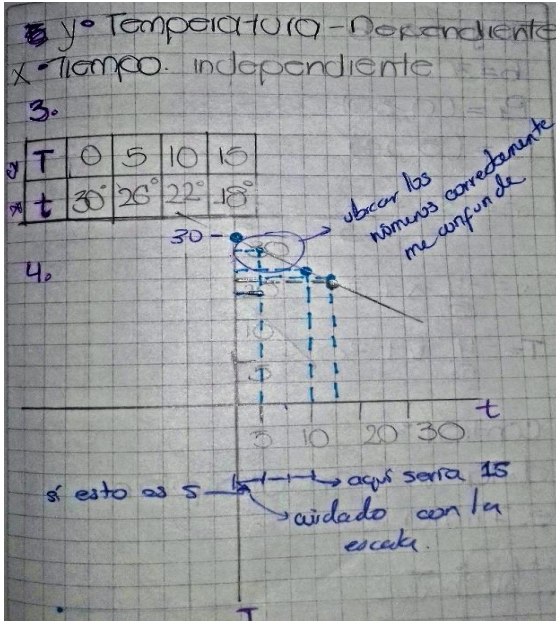
elementos matemáticos en contexto, saber movilizarse entre sistemas de representación, sin dar mayor argumentación de sus procedimientos y sin ser necesaria la explicitación de un plan. De modo que la competencia Interpretación-representación al estar exenta de un control y evaluación obligatorio, comparada con la argumentación que sí lo requiere, queda fuera del alcance del efecto que puede causar la dificultad de expresarse en términos matemáticos y de emitir juicios de valor.

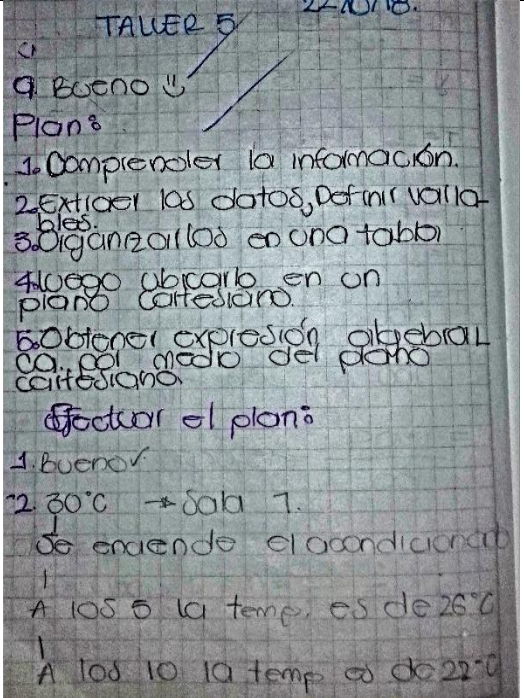
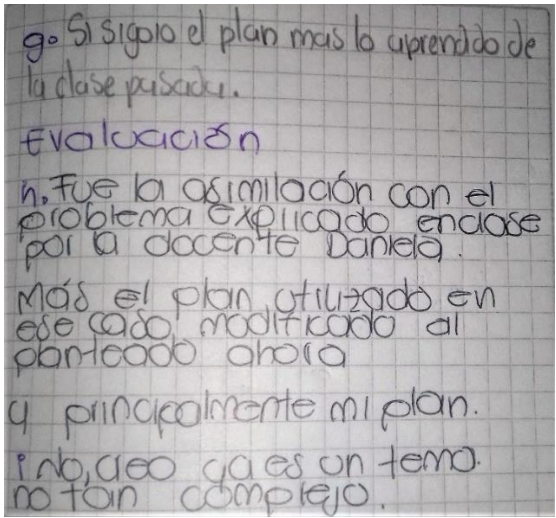
Antes de continuar, se debe tener presente que se clasificaron los estudiantes en los perfiles metacognitivos, considerando si realizaron la actividad evaluar, sin tener en cuenta si fue correcta, completa, o no. La mayoría de los estudiantes realizaron evaluación, pero desde un aspecto no matemático. De modo que, si se presentó la acción de identificar los errores, esta no necesariamente retroalimenta la actividad matemática y en consecuencia no se logra llegar a niveles superiores en ninguna de las competencias, sin importar el perfil metacognitivo en que se ubique. Contrario a los resultados de Pulido<sup>73</sup>, quien atribuye a los estudiantes de alto desempeño, eficaces acciones metacognitivas, tales como modificar el plan de acción y acciones como omitir el error o ignorar lo que no se comprende a los estudiantes de bajo desempeño. Si observamos las evaluaciones elaboradas por los estudiantes, aquellos que la realizaron en términos matemáticos suelen ubicarse en niveles superiores, un ejemplo de ello es la tarea de la estudiante E4 que muestra a continuación.

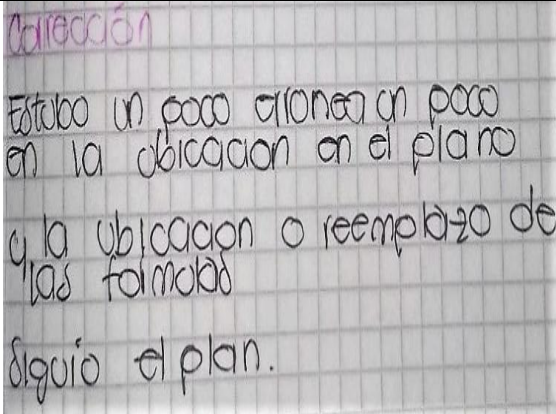
---

<sup>73</sup> PULIDO, Luz. Procesos metacognitivos que llevan a cabo estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo del colegio Agustín Fernández I.E.D. durante la resolución de problemas matemáticos. Maestría en educación. Bogotá, D.C : Pontificia Universidad Javeriana, 2014. p. 97.

Tarea E4: Perfil metacognitivo: Hizo todos.

Competencia	Descripción	Figuras.										
<u>Interpretación y representación:</u> nivel superior.	La estudiante reconoce la naturaleza de las magnitudes (dependiente o independiente), utiliza los sistemas de representación tabular, gráfico y algebraico. Realiza la traducción entre estos sistemas, en el mismo orden mencionado. Se apoya de los dos primeros para obtener el último, el cual es la respuesta al problema, modelar en una expresión algebraica la función presentada en un contexto.	<p>Tarea de E4 toma 2</p>  <p>Handwritten work for Tarea de E4 toma 2:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>3. <math>y = \text{Temperatura - Dependiente}</math> <math>x = \text{Tiempo - independiente}</math></li><li>Table:</li><table data-bbox="940 512 1183 594"><tr><td>T</td><td>0</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td></tr><tr><td>t</td><td>30°</td><td>26°</td><td>22°</td><td>18°</td></tr></table><li>Graph: A coordinate system with T on the vertical axis and t on the horizontal axis. Points are plotted at (0, 30), (5, 26), (10, 22), and (15, 18). A line of best fit is drawn through the points. A note says: "ubicar los números correctamente me confundí".</li><li>Equation: <math>y = -\frac{4}{5}x + 30</math></li><li>Check: "Control: d. Tal vez con otro plan"</li></ul>	T	0	5	10	15	t	30°	26°	22°	18°
T	0	5	10	15								
t	30°	26°	22°	18°								
<u>Formulación y ejecución:</u> nivel alto.	E4 formula una ruta antes de intentar solucionar el ejercicio, en la evaluación, realiza apreciaciones	<p>Tarea de E4 toma 1</p>										

<u>Competencia</u>	Descripción	Figuras.
	de su planeación, menciona que “modificó el plan presentado en clase” pero no es específica en qué partes modificó, según la estudiante en su reflexión, esa modificación hizo parte de los elementos que permitió la efectividad de la solución.	
<u>Argumentación:</u> nivel superior.	El ejercicio presentado se realizó por parejas, si bien la estudiante no identifica sus propios errores, interpretamos que es debido las altas expectativas de su ejercicio o porque tiene interiorizado los procedimientos en cuanto a la graficación de forma equivocada. En el ejercicio de corregir al compañero, E4 demuestra que si	<p>Tarea de E4 toma 4</p>  <p>Tarea de E4 corrección al compañero toma 5</p>

<u>Competencia</u>	Descripción	Figuras.
	tiene la habilidad de identificar errores y argumentar en donde está la equivocación.	

**3.2.3 Resultados en relación con las habilidades metacognitivas manifestadas.** Luego de realizar continuamente la instrucción explícita, la estrategia más usada fue la de planeación. Lo cual reafirma Moreno y Daza<sup>74</sup> al explicar que esta estrategia es la más empleada por los estudiantes debido a que impacta de forma positiva al control y evaluación, al tener clara la meta el estudiante es más consciente frente a la tarea a resolver.

Según lo percibido en clase, el valorar la metacognición en la actividad del estudiante, ayudó a que algunos estudiantes se despreocuparan por llegar a una respuesta correcta e hicieran el ejercicio matemático sin demasiada presión.

Profundizando en las soluciones de los escolares, en los ítems del proceso evaluación, específicamente en las preguntas:

“¿Qué ideas le ayudaron a encontrar la solución?” los estudiantes constantemente se limitaban a dar agradecimientos como: “gracias a la explicación de mi

<sup>74</sup> MORENO, Astrid, DAZA, Blanca. INCIDENCIA DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS EN EL AREA DE LA MATEMÁTICA. 2004, citada por BARBOSA, Sandra, BELTRAN, Danny y RAMIREZ, Sandra. Incidencia del uso de estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de ciencias naturales y matemáticas. Maestría en pedagogía. Chía.: Universidad de la sabana, 2016. p. 110.



compañero(a)", "gracias a las ideas que dio el profesor en clase", etc., en lugar de mencionar las ideas y en qué medida le ayudaron en la solución de la tarea.

También en la práctica cooperativa, se encuentra la pregunta: "¿En algún momento se sintió bloqueado? ¿Por qué?", las respuestas de los estudiantes generalmente expresaban miedo por fallar.

Es decir, en la evaluación los estudiantes consignan apreciaciones cualitativas de su acción y el de sus compañeros, por lo que inferimos que los estudiantes no son fuertes para hacer retrospectiva de la planeación (evaluar la planeación), de las ideas y las acciones. En consecuencia, se refleja esta falencia en el análisis del desempeño de los estudiantes en la competencia argumentación respecto a la tarea T3 que en su mayoría fue bajo. Estos juicios apasionados fueron también encontrados por Mateos<sup>75</sup>.

A pesar de que la habilidad más usada fue la planeación, al ser ejecutada por algunos estudiantes, no ejercían el control a cabalidad, en su mayoría fueron controles parciales, sobre los errores cometidos o incluso realizaban procedimientos que no estaban planeados y no modificaban la planeación, también se considera que los controles realizados en ocasiones conducían a más errores. Se relacionan estos resultados con la poca experticia de los estudiantes en términos metacognitivos, puesto que los novatos no suelen supervisar su actuar tal como lo confirma Mateos<sup>76</sup>.

---

<sup>75</sup> MATEOS. Op. cit., p. 67.

<sup>76</sup> MATEOS. Op. cit., p. 85.

**3.2.4 Implicaciones de las habilidades metacognitivas en el aprendizaje.** Se analizó la relación entre las habilidades metacognitivas y el aprendizaje de la función lineal a través de la Tabla 16 y los perfiles metacognitivos de la tabla 16. Según los niveles de desempeño alto y superior en cada competencia, se observa que los estudiantes que se ubican en estos niveles tienen en su mayoría perfil hizo todos. Se deduce que a medida que los estudiantes manejan en conjunto los procesos metacognitivos, pueden obtener mejores niveles de desempeño.

Sin embargo, de los estudiantes ubicados en el perfil hizo todos, pocos alcanzaron los niveles de desempeño alto y superior. Es decir, las habilidades metacognitivas no ejercieron el mismo efecto en todos los estudiantes, posiblemente por la cantidad de estudiantes y de sesiones, lo que afectó la calidad de la habilidad metacognitiva.

Haciendo retrospectiva, la mayoría de los investigadores consultados trataron con menos de 15 estudiantes por profesor involucrado en el aula, cuando trabajaron con grandes cantidades, disponían de varios investigadores apoyando el aula (ver Anexo 10), de modo que entre menor sea el número de estudiantes en un aula de clase, se podrán tener claros los beneficios y restricciones de la estrategia de enseñanza-aprendizaje metacognitiva, tal como lo expresa Barbosa y compañía<sup>77</sup>. A pesar de ello, en esta investigación se procuró aplicar la investigación en un aula regular, en la cual un solo docente estaba a cargo de 45 estudiantes y se seleccionaron 21 estudiantes como muestra del estudio, el otro investigador, se limitó a ser observador y recopilar información en el diario de campo.

---

<sup>77</sup> BARBOSA, et al. Op. cit., p. 113.

#### 4. CONCLUSIONES

A continuación, se presentan las conclusiones en cuatro aspectos importantes, conservando el mismo orden referido en los resultados.

Al analizar la metacognición en estudios previos, se ha encontrado en un campo amplio, debido a que existen diferentes posturas en su implementación. En este estudio nos centramos en el caso puntual de la categoría **regulación de la cognición**, la cual se observó en primera instancia a través de la prueba MAI. Los resultados revelan que las subcategorías planeación y control ofrecen mayor representación por parte de los estudiantes, específicamente referidas a la percepción de su propia regulación.

Las tareas de tipo metacognitivo implementadas en matemáticas mejoran la mayoría de las competencias de esta área, según la revisión de literatura. En este estudio se encontró que, a pesar que las tareas matemáticas son de fácil acoplamiento con las tareas metacognitivas, suelen ser tareas largas, y en lo posible resulta necesario y fundamental que los estudiantes realicen la actividad en clase, puesto que en casa pueden ser influenciados.

Respecto a la tarea T3 desarrollada por los estudiantes, bajo la mirada de los niveles de desempeños, tuvieron mejor nivel en la competencia interpretación y representación. Esta competencia está poco relacionada con la metacognición comparada con las otras dos competencias (argumentación y, formulación y ejecución) y es la que usualmente se suele trabajar en las actividades matemáticas de la clase. Por otro lado, el desempeño de la competencia argumentación, en general fue bajo, interpretamos que fue debido a que los estudiantes no utilizan términos matemáticos para justificar y evaluar sus procesos en el desarrollo de una tarea, en su lugar emiten juicios de valor (subjetivos).

Respecto a las habilidades metacognitivas, el proceso que más evidenciaron los estudiantes en el desarrollo de las tareas fue la planeación, ya que esta les representa el camino o la guía para poder solucionar las tareas, sin importar si no es adecuada la planeación. Por otro lado, las habilidades metacognitivas con bajo dominio por parte de los estudiantes, son las de control y evaluación por el bajo desempeño que tienen en la competencia de argumentación. Se determina que es de bajo dominio, respecto al modo en que los estudiantes realizaron estos procesos, puesto que eran desarrollados parcialmente o las correcciones no llevaban a buen término la solución del ejercicio, o si bien se realizaban los procesos, pero no en términos matemáticos, en su lugar eran respuestas subjetivas. Se concluye que estos actos fueron debido a su inexperiencia en tareas metacognitivas, y el tiempo no les ayudó a adquirir pericia.

En la planeación los estudiantes son poco específicos en la elaboración de un plan, pero tienen altos niveles de consciencia en la determinación de información importante para el buen término de un ejercicio, lo cual no implica un dominio impecable durante el desarrollo. Los estudiantes poco utilizaban diagramas para la solución de las tareas, suponemos que es debido a que no todas las tareas matemáticas requieren esquema para solucionar el problema o entenderlo.

Los estudiantes del perfil planeación y control monitorearon principalmente los errores de cálculo, ignorando el control del plan o estrategia. A pesar que su fuerte, en términos metacognitivos, fue controlar las operaciones, en ocasiones las “correcciones” no llevaban a dar buen término a la tarea.

Al relacionar los niveles de desempeños con las habilidades metacognitivas, se concluye que estas últimas logran llevar a los estudiantes a mejores niveles en su aprendizaje cuando se promueven en conjunto.

Respecto al perfil metacognitivo se concluye que en la medida que se promueve más habilidades metacognitivas, se progresa en la adquisición de competencias matemáticas. De esta forma, un estudiante adquiere la competencia formulación-ejecución a través del desarrollo de las habilidades planeación y control, una vez demuestre dominio en estas, el estudiante progresará a la competencia argumentación cuando adquiriera también la habilidad de la evaluación.

El número de sesiones no fue suficiente y la cantidad de estudiantes no fue el adecuado para un mejor control y efectividad de la estrategia metacognitiva. De modo que el desarrollo a buen término de la actividad metacognitiva no concuerda con el cronograma y las dinámicas en un contexto escolar real. Interpretamos que, por efecto de ello, no todos los estudiantes que se ubicaron en el perfil metacognitivo hizo todos, obtuvieron buenos niveles de desempeño.

## 5. RECOMENDACIONES

De acuerdo con la experiencia adquirida al realizar el proceso metacognitivo en un aula regular, se encontraron cambios o sugerencias para futuras investigaciones, que a continuación se exponen:

- Fraccionar la tarea metacognitiva en diferentes sesiones de clase para mejorar la evidencia de las habilidades metacognitivas e implementar las estrategias de enseñanza y aprendizaje metacognitivas en un prolongado número de sesiones.
- Implementar tareas en situaciones donde el estudiante se enfrente por primera vez a problemas de un tema en específico, lo cual asegura que la metacognición sea visible y no se convierta en procesos mecánicos.
- Se considera que las tareas con varias opciones de respuestas estimulan la búsqueda de distintas rutas de solución, cuando se tiene un procedimiento determinado es poco lo que la imaginación puede hacer. De modo que se sugiere realizar este tipo de investigaciones en temáticas flexibles, como las sucesiones y series, las cuales permiten distintas soluciones en un mismo sistema de representación, puesto que implica la búsqueda de patrones o tareas que impulsen la exploración matemática, debido a que se conjetura que la metacognición puede aflorar con naturalidad en este tipo de tareas.
- Realizar investigaciones acerca de la influencia de la metacognición en niveles de desempeño o en cada una de las competencias matemáticas, quizá allí se pueda discriminar en qué aspectos específicamente la metacognición influye en cada competencia.
- Realizar este tipo de investigaciones con un número pequeño de estudiantes, no superior a 15, con el propósito de tener un mayor control del trabajo realizado por ellos y mejores evidencias que permitan tener claros los beneficios y dificultades de la estrategia metacognitiva.

- La implementación de la estrategia metacognitiva en un aula de clase regular, similar a las de los colegios públicos en Colombia, no es tan efectiva para mejorar el aprendizaje de un solo contenido, por el tiempo establecido para cada temática y el número de estudiantes.
- En la recolección de información, por parte de los estudiantes, se obtiene mejores evidencias si se cuestiona al estudiante verbalmente que por escrito, puesto que se expresan mejor y el investigador tienen más posibilidad para indagar más en caso de que el estudiante no sea claro, esto se observó en los diarios de campo, puesto que, sin estos datos, sería la interpretación del investigador lejana al propósito con el cual el estudiante realizó su actividad.

## BIBLIOGRAFÍA

ACOSTA, Carlos, et al. Desarrollo de la metacognición al resolver problemas de adición de números enteros. En: Zona próxima: revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación [En línea]. Vol. 1 No 14 (2011); p 90-111. Disponible en: < <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/486474> > [citado en 25 de octubre de 2018].

ANACONA, Eduard. La regulación metacognitiva y la resolución de problemas en el proceso de aprendizaje de la función lineal. Magister en enseñanza de las ciencias. Manizales.: Universidad de Manizales, 2018. 120 p. Disponible en: < <http://hdl.handle.net/11182/1238> > [citado en 25 de octubre de 2018].

BAKER, Linda y BROWN, Ann. Cognitive monitoring in Reading. En: Understanding Reading Comprehension: Cognition, Language and the Structure of Prose. Delaware: Flood, James, 1984. p. 21-43.

BARBOSA, Sandra, BELTRAN, Danny y RAMIREZ, Sandra. Incidencia del uso de estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de ciencias naturales y matemáticas. Maestría en pedagogía. Chía.: Universidad de la sabana, 2016. 216 p. Disponible en: < <https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/28202> > [citado en 6 de noviembre de 2018].

BOLÍVAR, Cristina. Procesos cognitivos y metacognitivos que emplean los niños de tercer grado durante la resolución de problemas matemáticos. Maestría en Educación y Cognición. Barranquilla.: Universidad del Norte, 2017. 93 p. Disponible en: < <http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/8053/131754.pdf?sequence=1> > [citado en 3 de noviembre de 2018].



BITRAGO, Lida, et al. Los caminos del saber matemáticas 10. Bogotá DC: Santillana, 2013. página 25.

CASAS, Ana, ACOSTA, Gabriela, TÁRRAGA, R y FERNANDEZ, Inmaculada. Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la metacognición. En: Revista de neurología [En línea]. Vol. 40 No S1 (2005); p.97-102. Disponible en: < [https://www.researchgate.net/publication/245025031\\_Nuevas\\_tendencias\\_en\\_la\\_evaluacion\\_de\\_las\\_dificultades\\_de\\_aprendizaje\\_de\\_las\\_matematicas\\_El\\_papel\\_de\\_la\\_metacognicion](https://www.researchgate.net/publication/245025031_Nuevas_tendencias_en_la_evaluacion_de_las_dificultades_de_aprendizaje_de_las_matematicas_El_papel_de_la_metacognicion) > [citado en 25 de octubre de 2018].

CASTELLANOS, María y GUTIERREZ, Jenny. Tratamiento de errores sobre el concepto de función. En: Encuentro internacional de matemáticas y física. (4: 30-31, mayo – 01, junio, 2018: Florencia, Colombia). Memorias. Florencia: Universidad de la Amazonía, 2018. p. 294-302. Disponible en: < <https://enmafi2018.wixsite.com/inicio> > [citado en 27 de octubre de 2018].

COLOMBIA. CONGRESO DE LA REPÚBLICA. Ley 155 (8, febrero, 1994). Por la cual se expide la ley general de educación. Diario Oficial. Bogotá, D.C., 1994, no. 41.214. p.1-2. Disponible en: < [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf) > [citado en 29 de octubre de 2018].

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Decreto 1290 (16, abril, 2009). Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Diario Oficial. Bogotá, D.C., 2009, p.1-5. Disponible en: < <https://www.mineduccion.gov.co/1621/article-187765.html> > [citado en 13 de octubre de 2018].

----- . Estándares Básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber hacer con lo que

aprenden. Bogotá D.C: MEN, 2006. p.12. Disponible en: < [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf) > [citado en 9 de octubre de 2018].

------. Lineamientos curriculares del área de matemáticas. Bogotá, D.C. MAGISTERIO, 1998. 103 p. Disponible en < [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf) > [citado en 13 de octubre de 2018].

CORDOBA, Luis, et al. Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. En: CONGRESO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE AMÉRICA CENTRAL Y EL CARIBE (1º: 2013: Santo Domingo, República Dominicana). I Cemacyc. Santo Domingo, República Dominicana: 2013. p. 1-13. Disponible en: < <http://funes.uniandes.edu.co/4072/1/C%C3%B3rdobaDificultadesCemacyc2013.pdf> > [citado en 13 de octubre de 2018].

CRESPO, María. La Metacognición: Las diferentes vertientes de una Teoría. En: Revista signos [En línea]. Vol. 33, No 48. Valparaíso, 2004; p. 97-115. Disponible en: < [https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0718-09342000004800008](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-09342000004800008) > [citado en 8 de octubre de 2018].

ECUADOR. MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. Matemática 9º grado: Texto del estudiante. Quito.: Ecuadeciones, 2016. p. 177-179. Disponible en: < <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/Matematica9v2.pdf> > [citado en 20 de octubre de 2018].

GÓMEZ, Pedro. Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Doctoral en Didáctica de las

Matemáticas. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. 2007. p. 482. Disponible en: < <http://funes.uniandes.edu.co/444/1/Gomez2007Desarrollo.pdf> > [citado en 10 de octubre de 2018].

GUERRA, Eduar, PATERMINA, Hernán y JÁCOME, Alfonso. Dificultades en el Aprendizaje y el Trabajo Inicial con Funciones en Estudiantes de Educación Media. En: Scientia et technica [En línea]. Vol. 20 No 3 (2015); p. 278-285. Disponible en: < <http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/10141/7701> > [citado en 13 de octubre de 2018].

HERRERAS, Esperanza. La docencia a través de la investigación-acción. En: Revista Iberoamericana de Educación [En línea]. Vol. 35 No 1 (2004); p. 1-9. Disponible en: <<https://rieoei.org/RIE/article/view/2871/3815>> [citado en 2 de noviembre de 2018].

HITT, Fernando. Dificultades en el aprendizaje del cálculo. En: Meeting of Middle-higher Level Mathematics Teachers. (11: enero, 2003: Morelia, Michoacán). Memorias. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2003. 25 p. Disponible en: < [https://www.academia.edu/807014/Dificultades\\_en\\_el\\_aprendizaje\\_del\\_c%C3%A1lculo](https://www.academia.edu/807014/Dificultades_en_el_aprendizaje_del_c%C3%A1lculo) > [citado en 17 de octubre de 2018].

HUERTAS, Adriana, VESGA, Grace y GALINDO, Mauricio. Validación del instrumento 'Inventario de habilidades metacognitivas (MAI)' con estudiantes colombianos. En: Praxis & Saber [En línea]. Vol. 5, No 10 (2014); p. 56-74. Disponible en: < <http://www.scielo.org.co/pdf/prasa/v5n10/v5n10a04.pdf> > [citado en 16 de octubre de 2018].

ICFES. Reporte de resultados del examen saber 11 por aplicación 2017-2 Establecimientos educativos: Institución Educativa Alberto Lleras Camargo, Villavicencio, 2017 p. 17-25. Disponible en < <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/agregadosEstablecimiento.jsf#No-back-button> > [citado en 10 de octubre de 2018].

------. Resumen ejecutivo Colombia en PISA 2015, Bogotá D.C, 2016. 27 p. Disponible en: < <http://www.icfes.gov.co/docman/institucional/home/2785-informe-resumen-ejecutivo-colombia-en-pisa-2015/file> > [citado en 13 de octubre de 2018].

------. Saber 11 Lineamientos generales para la presentación del examen de Estado 2017-II. 5 ed. Bogotá D.C, 2017. p. 30-31 ISBN: 978-958-11-0745-2. Disponible en: <<http://www2.icfes.gov.co/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/guias-de-orientacion> > [citado en 19 de octubre de 2018].

LATORRE, Antonio. La Investigación-Acción: Conocer y Cambiar la práctica educativa. 3 ed. Barcelona.: Graó, 2003. p. 41- 49. Disponible en: < <https://www.uv.mx/rmipe/files/2016/08/La-investigacion-accion-Conocer-y-cambiar-la-practica-educativa.pdf> > [citado en 13 de octubre de 2018].

LÓPEZ, Jesús y SOSA, Landy. Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. En: Acta latinoamericana de matemática educativa [En línea]. Vol. 21 No 1 (2008); p 308-318. Disponible en: < <https://clame.org.mx/uploads/actas/alme21.pdf> > [citado 13 de octubre de 2018].

LOPEZ, Rober. Propuesta metodológica para la enseñanza y evaluación de sistemas de ecuaciones lineales. Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales. Medellín.: Universidad Nacional de Colombia, 2017. 79 p. Disponible en:

<http://bdigital.unal.edu.co/58663/1/71369331.2017.pdf> > [citado en 17 de octubre de 2018].

MATEOS, Mar. Metacognición y educación. 1 ed. Buenos Aires.: Aique, 2001. 132 p. ISBN 950-701-772-0.

MATO-VAZQUEZ, Dorinda, ESPÍÑEIRA Eva y LOPEZ-CHAO, Vicente. Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. En: Perfiles Educativos. Vol. 39 No. 158 (2017); p. 151-172. Disponible en: < <http://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v39n158/0185-2698-peredu-39-158-00091.pdf> > [citado en 20 de octubre de 2018].

OCDE. El programa PISA de la OCDE: QUÉ ES Y PARA QUE SIRVE. México, 2006. P. 15-16. Disponible en: < <https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf> > [citado en 15 de octubre de 2018].

OVIEDO, Lina. Las Funciones... un Obstáculo para Nuestros Alumnos. En: Revista Aula Universitaria [En línea]. Vol. 1 No 7 (2005); p. 89-97. Disponible en: < <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/publicaciones/index.php/AulaUniversitaria/issue/view/115> > [citado en 13 de octubre de 2018].

PEÑALVA, Laura. Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. En: Política y Cultura [En línea]. No 33 (2010); p 135-151. Disponible en: < [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0188-77422010000100008](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-77422010000100008) > [citado en 21 de mayo de 2019].

PULIDO, Luz. Procesos metacognitivos que llevan a cabo estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo del Colegio Agustín Fernández I.E.D. durante la resolución de problemas matemáticos. Maestría en educación. Bogotá,D.C : Pontificia Universidad Javeriana, 2014. 146 p. Disponible en: <

<https://repository.javeriana.edu.co/handle/10554/12366> > [citado en 8 de junio de 2019]

QUIROGA, Bernardo, et al. Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje . 1 ed. Florencia.: Universidad de la Amazonía, 2013. 360 p. ISBN 978-958-8770-17-8.

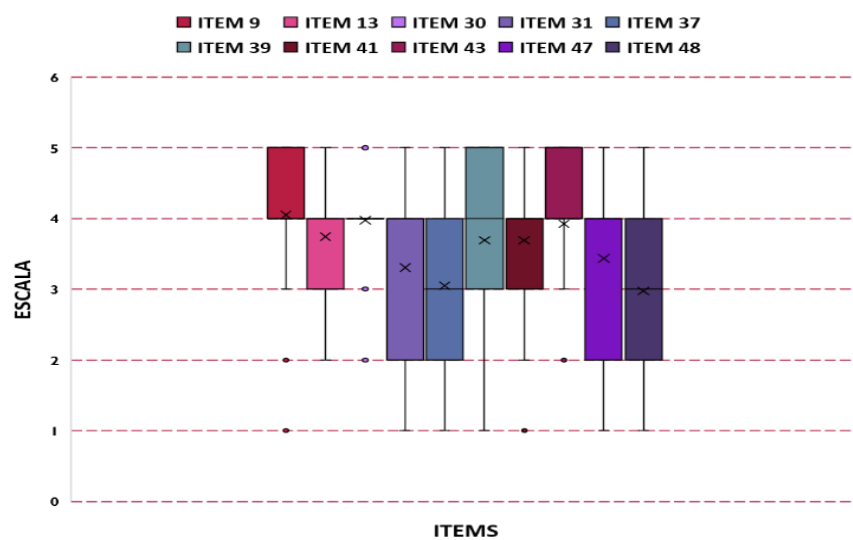
ROCHA, Tania. Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica. Trabajo de grado para doctor. Santiago de Compostela.: Universidad de Santiago de Compostela. Departamento de didáctica Das ciencias. Área didáctica das matemáticas, 2006. 366 p.

SANABRIA, Luis, VALENCIA, Nilson y IBÁÑEZ, Jaime. Efecto del entrenamiento en autorregulación para el aprendizaje de la matemática. En: Praxis & Saber. Vol. 8 No 16 (2017); p 35-56. Disponible en: < <http://www.scielo.org.co/pdf/prasa/v8n16/2216-0159-prasa-8-16-00035.pdf> > [citado en 8 de octubre de 2018].

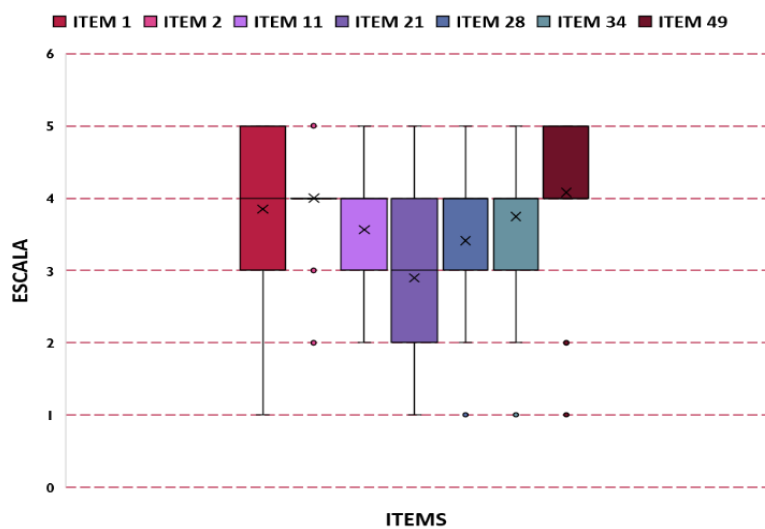
## ANEXOS

### Anexo 1. Resultados del MAI.

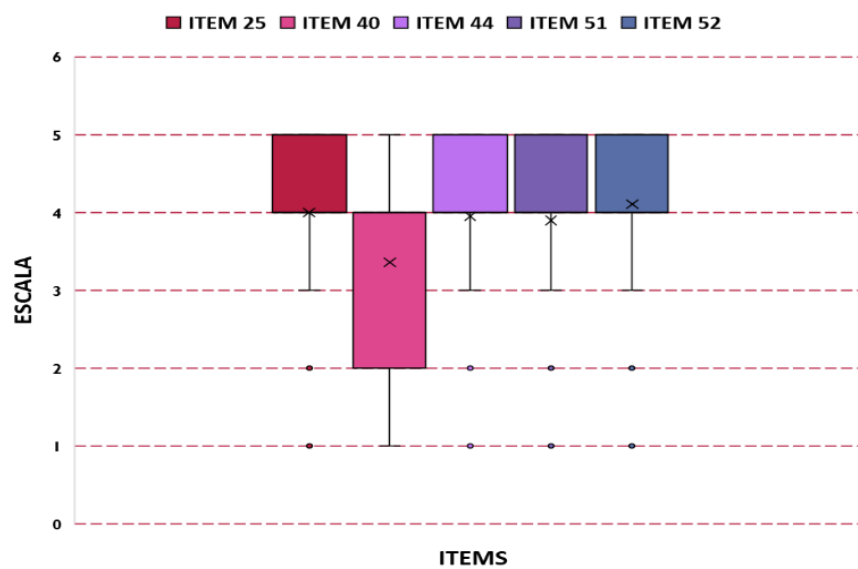
Gráfica 2. Resultados subcategoría organización.



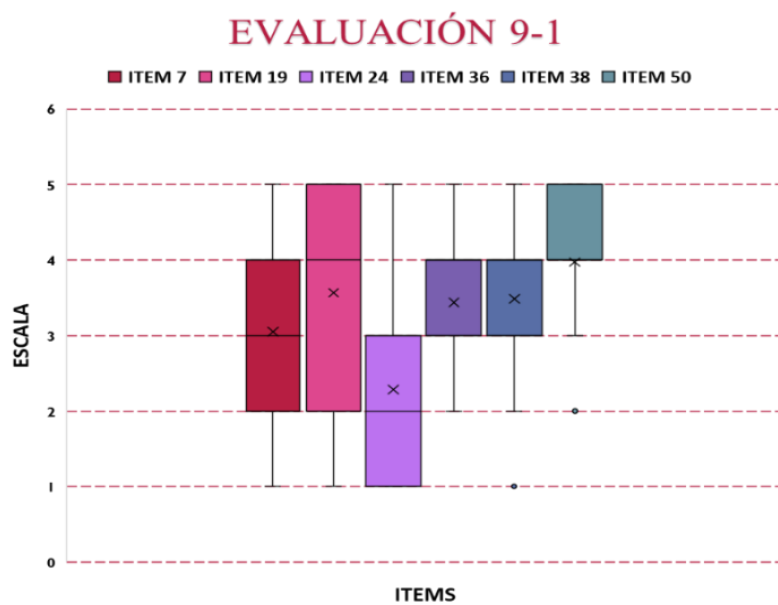
Gráfica 3. Resultados subcategoría monitoreo.



Gráfica 4. Resultados subcategoría depuración.



Gráfica 5. Resultados subcategoría evaluación.



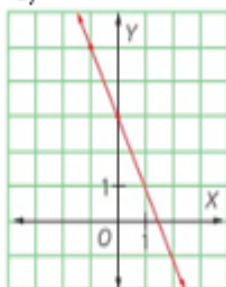


## Anexo 2. T1: Tarea de reproducción

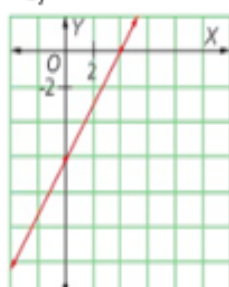
### Taller 5} Función lineal.

- 1) Obtenga la expresión algebraica de las gráficas de las siguientes funciones lineales:

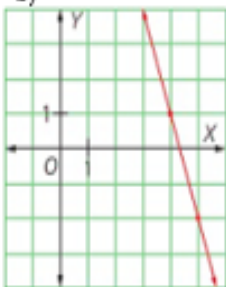
a)



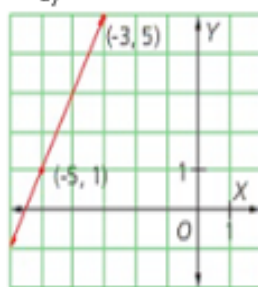
b)



b)



d)



- 2) Elabore la gráfica de las siguientes funciones lineales dadas en su expresión algebraica:

a)  $f(x) = -2x + 7$

b)  $t(x) = 5 - 3x$

c)  $h(x) = x - 5$

d)  $m(x) = 2x + \frac{1}{2}$

- 3) ¿Cuál de las funciones del punto 2) son crecientes y cuales son decrecientes?  
¿Cómo es el signo de la pendiente de las funciones lineales decrecientes?

- 4) Encuentre la pendiente de la recta que pasa por los puntos:

a)  $(-1, 0)$  y  $(0, 1)$

b)  $(-1, 4)$  y  $(2, 4)$

c)  $(-1, 4)$  y  $(-5, -2)$

- 5) Halle la expresión de la función lineal que pasa por los puntos dados:

a)  $(0, 1)$  y  $(1, 0)$



b)  $(-8, 4)$  y  $(5, -2)$

### Anexo 3. T2: Tarea de instrucción explícita.

Los sondeos realizados en la corteza terrestre ponen de manifiesto que, en el interior de la tierra, la temperatura aumenta a razón de  $1^{\circ}\text{C}$  cada 100m de profundidad.

Si la temperatura media en un lugar es de  $15^{\circ}\text{C}$ , ¿cuál será la función que expresa la variación de la temperatura con la profundidad?

### Anexo 4. T3: Tarea con propósitos en la metacognición

 Versión 1	ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO PROCESO DE EDUCACIÓN MUNICIPAL Subproceso Instituciones Educativas- Gestión Académica	FRD1-1568-GA04 Vigencia: 27/01/2016	
	GUIA, TALLER Y/O EVALUACIÓN ACADÉMICA	Documento Controlado Página 1 de 1	

**INSTITUCION EDUCATIVA ALBERTO LLERAS CAMARGO**

Tipo de Actividad: ☒ GUIA ☐ TALLER ☐ EVALUACIÓN ☐  
Sede: Administrativa Área: Matemáticas Grado: 9-1  
Jornada Tarde Docente titular: Luisa Rodríguez  
Estudiante: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Docente practicante: Daniela Gutierrez

**Taller 5: Aplicación de la función lineal.**

Escriba todo lo que piense. Si una idea ya no le parece buena escriba porque ya no lo es.

a) Lea y determine que elementos del texto no comprende, apóyese de su compañero para comprender el ejercicio.

**Plan.**

b) Con su compañero elabore un plan para dar solución a la siguiente situación ejercicio (elabore un plan). Sea específico, de ser necesario muestre el plan al docente.

**Situación:**

Cuando la temperatura interna de una sala llega a  $30^{\circ}\text{C}$ , el aire acondicionado se enciende automáticamente, por lo que el rango de temperatura varía linealmente con el tiempo. Se sabe que a los 5 minutos después de que el aparato está encendido la temperatura es de  $28^{\circ}\text{C}$  y que a los 10 minutos la temperatura de  $22^{\circ}\text{C}$ .

Elabora una ecuación que exprese la temperatura  $t$  en grados Celsius de la sala como una función del tiempo  $t$  en minutos, mientras que el equipo está encendido.

c) Desarrolle la situación de manera individual.

**Control.**

Una vez terminado el ejercicio realice los siguientes pasos:

d) ¿Puede resolver el problema de otra forma? ¿Cuál?

e) Muestre el cuaderno a uno de sus compañeros (Escriba el nombre) y él debe revisar su solución, si hay errores, su compañero debe escribir en su cuaderno que errores fueron y hacer una recomendación para evitar esos errores.

f) Su compañero debe comprobar si siguió el plan que habían elaborado.


Llame al docente para revisar el punto e) y f).

g) Realice de nuevo el ejercicio con las recomendaciones y correcciones de su compañero.

**Evaluación.**

h) ¿Qué ideas le ayudaron a encontrar la solución?

i) ¿En algún momento se sintió bloqueado? ¿Por qué?



*Educando a la Juventud Lleras*

Calle 6 N° 10B RI Externo - Cel: 320 426 87 64 <http://www.llerasedu.com/whs/>

21 de los 45 estudiantes entregaron el cuaderno para ser revisado.

## **Anexo 5. Análisis de la tarea T3 según su nivel de desempeño**

### **TAREA E10:**

Interpretación y representación: nivel básico.

El estudiante reconoce cuál magnitud es independiente y dependiente, identifica la relación entre las variables tiempo y temperatura (ver Figura 4).

Realiza la representación tabular adecuada, pero al intentar realizar la respectiva gráfica, escribe los números en el eje y al contrario, es decir en lugar de ir creciente (los números) al ir hacia arriba, el estudiante los escribe en orden decreciente. Sin embargo, no se fija en la inconsistencia de su representación, puesto que el cero (según a representación del estudiante) debería ir en la parte más alta y no en la intersección de los ejes (ver Figura 5).

Formulación y ejecución: nivel bajo

El estudiante no presenta en su cuaderno un plan.

Argumentación: nivel básico

A pesar de que no identifica sus errores, E10 formula un argumento en su desarrollo, el cual es la idea principal para generar dos de los sistemas de representación. El argumento explica la relación entre las magnitudes (ver Figura 4).

Figura 4. Tarea de E10 toma 1

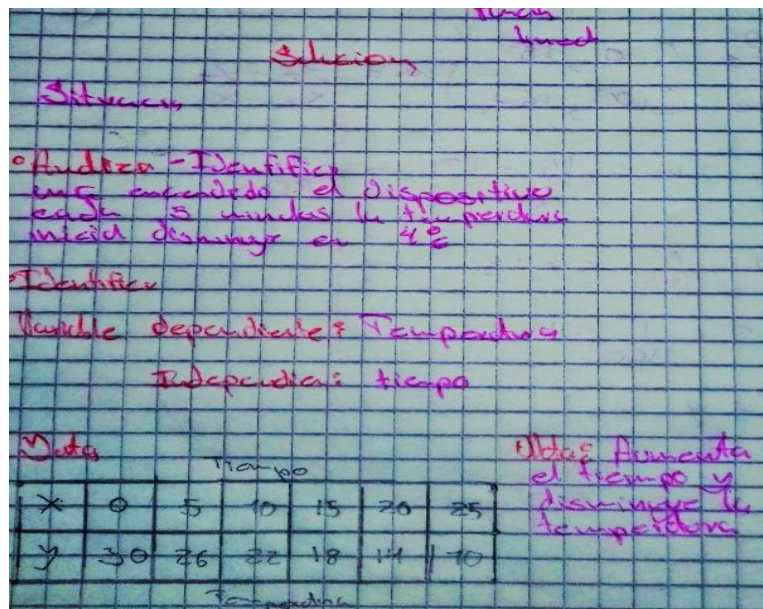


Figura 5. Tarea de E10 toma 2

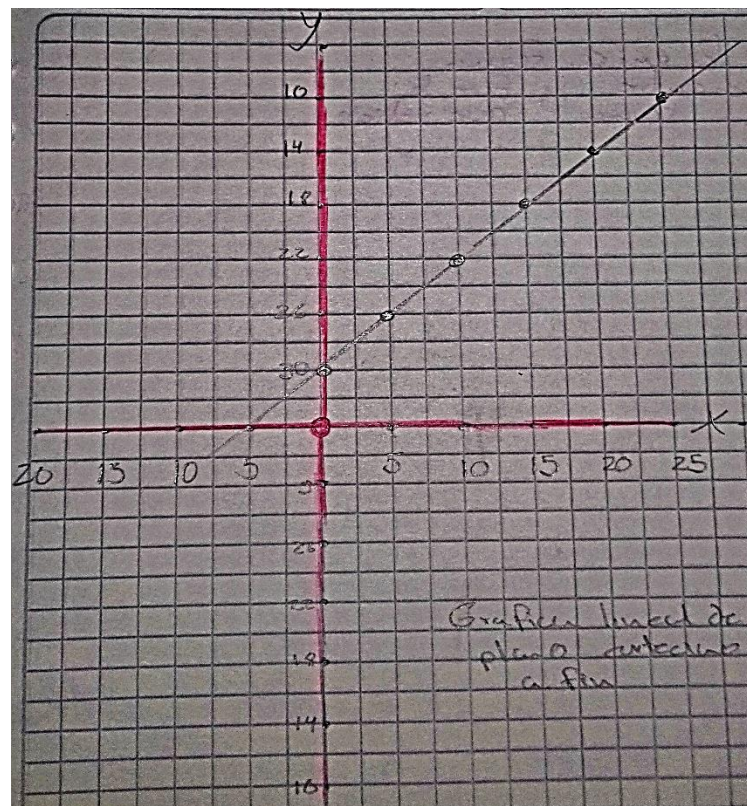
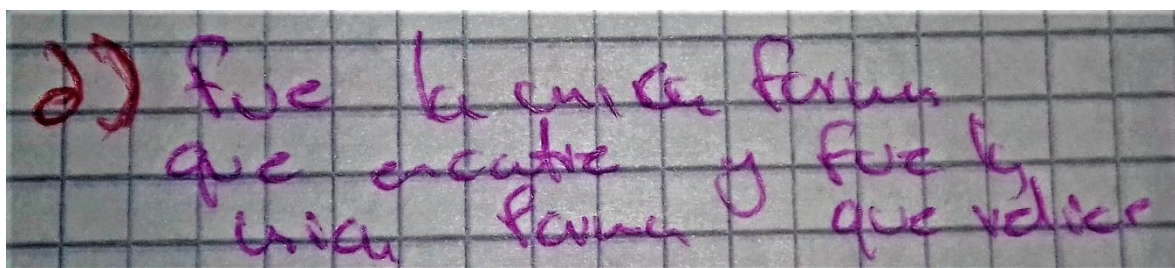


Figura 6. Tarea de E10 toma 3



### **TAREA E39:**

Interpretación y representación: nivel alto.

El estudiante reconoce a partir de la representación gráfica el punto intercepto y a través de la representación tabular interpretamos que observa con mayor facilidad el par de puntos para desarrollar el procedimiento adecuado para obtener la pendiente. A pesar de tener todos los elementos para armar la expresión algebraica de la función, no la concreta. El estudiante realiza otro procedimiento distinto, hace una sustitución y halla la imagen, de modo que corrobora que obtiene el mismo punto de la tabla. En los diarios de campo se observa que ellos entienden la sustitución como una “solución” y entre más “soluciones” (sustituciones) se elaboren, más exacta es la solución.

Formulación y ejecución: nivel básico.

El estudiante formula un plan o ruta de desarrollo, pero no reflexiona sobre ella. Sin embargo, hace hincapié en que la comprensión de la lectura fue una táctica que le ayudó. Explica que no hay otra manera de solucionar el problema y si existiera otra sería complicada.

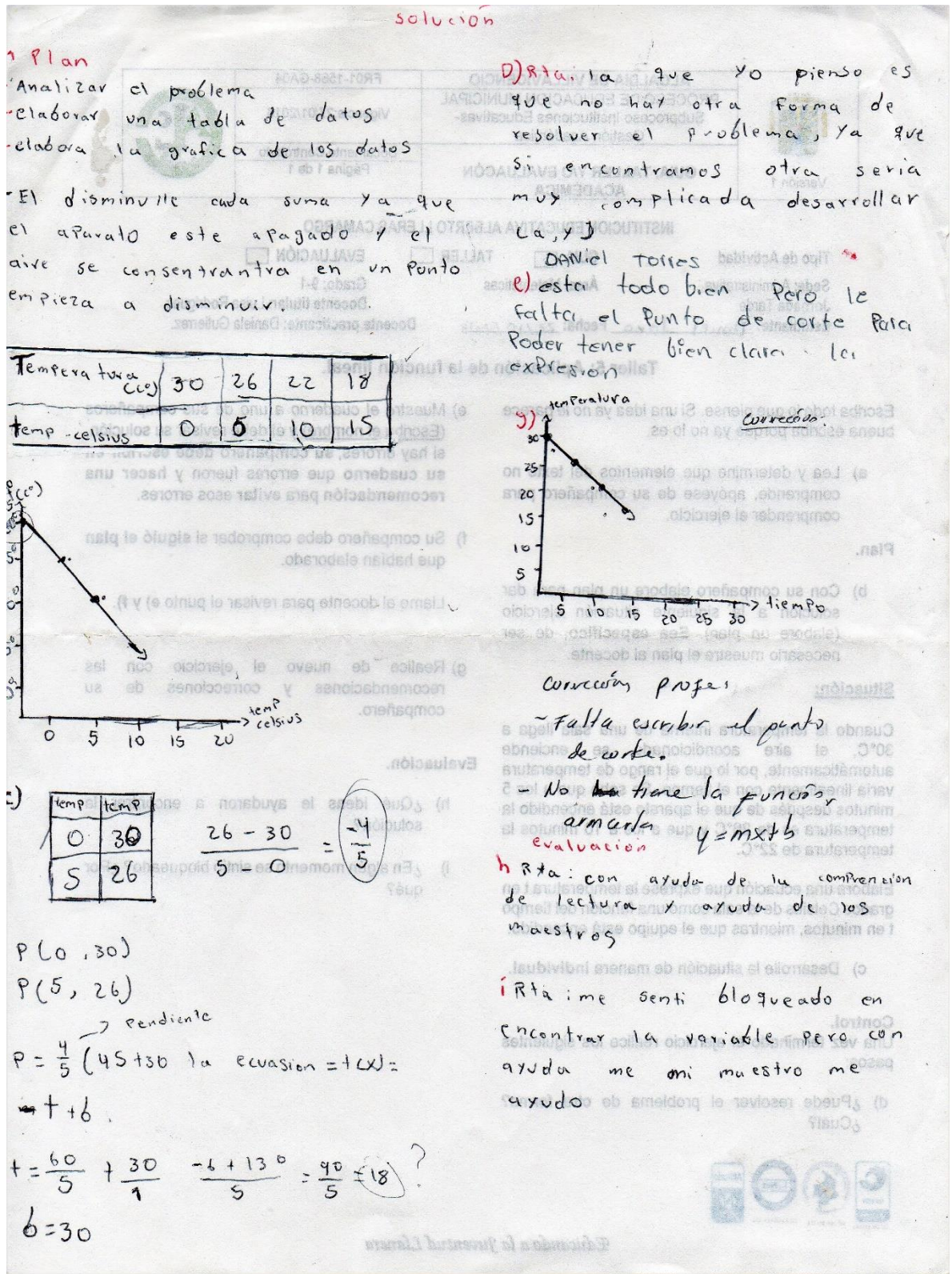
Argumentación: nivel básico.

El estudiante intenta generar un argumento (ver después del plan en figura 7), pero parece más una explicación que responde al por qué disminuye la temperatura. Sin embargo, el intenta expresar algunas ideas de matemáticas al poner “el disminuye cada suma”, interpretamos que identifica que las variables son inversamente proporcionales.

A pesar de la retroalimentación del docente, el estudiante no acoge las correcciones sugeridas.



Figura 7. Tarea de E39



#### **TAREA E4:**

Interpretación y representación: nivel superior.

La estudiante reconoce la naturaleza de las magnitudes (dependiente o independiente), utiliza los sistemas de representación tabular, gráfico y algebraico (ver Figura 9 y Figura 10). Realiza la traducción entre estos sistemas, en el mismo orden mencionado. Se apoya de los dos primeros para obtener el último, el cual es la respuesta al problema, modelar en una expresión algebraica la función presentada en un contexto.

Formulación y ejecución: nivel alto.

E4 formula una ruta antes de intentar solucionar el ejercicio (ver Figura 8), en la evaluación, realiza apreciaciones de su planeación, menciona que “modificó el plan presentado en clase” pero no es específica en que partes modificó, según la estudiante en su reflexión, esa modificación hizo parte de los elementos que permitió la efectividad de la solución.

Argumentación: nivel superior.

El ejercicio presentado es por parejas, si bien la estudiante no identifica sus propios errores, interpretamos que es debido las altas expectativas de su ejercicio o porque tiene interiorizado los procedimientos en cuanto a la graficación de forma equivocada. En el ejercicio de corregir al compañero, E4 demuestra que si tiene la habilidad de identificar errores y argumentar en donde está la equivocación (ver Figura 12).



Figura 8. Tarea de E4 toma 1

TAREA 5 27-10-18.

1. Bueno ☺

Plan:

1. Comprender la información.
2. Extraer los datos, Definir variables.
3. Organizarlos en una tabla.
4. Luego ubicarlo en un plano cartesiano.
5. Obtener expresión algebraica por el método del plano cartesiano.

Efectuar el plan:

1. Bueno ✓
2. 30°C → Sala 1.

Se enciende el acondicionador

A los 5 la temp. es de 26°C

A los 10 la temp. es de 22°C

Figura 9. Tarea de E4 toma 2

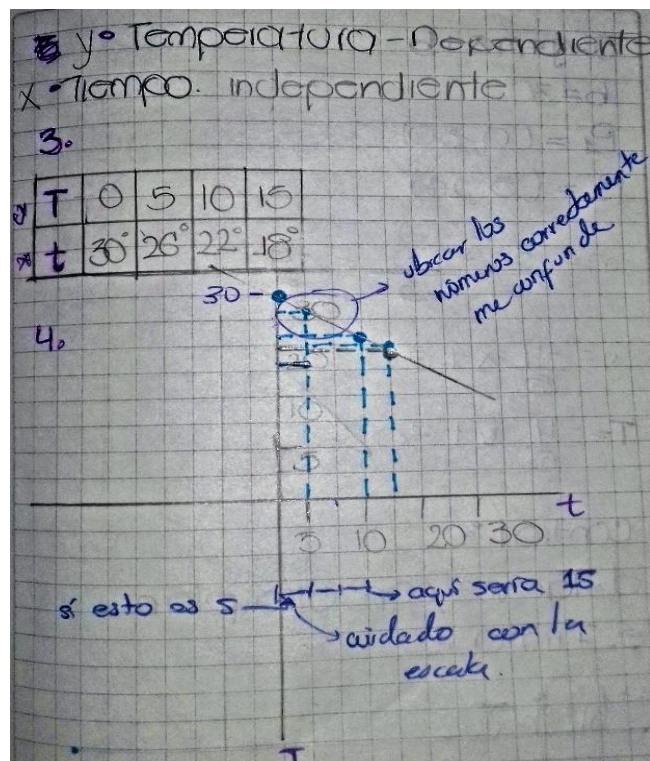


Figura 10. Tarea de E4 toma 3

5.  $y = mx + b$   
 $b = 30$   
 $P_1 = (0, 30)$   
 $P_2 = (5, 26)$   
$$m = \frac{26 - 30}{5 - 0} = \frac{-4}{5}$$
  
$$y = \frac{-4}{5}x + 30$$
  
$$T = \frac{-4}{5}b + 30$$
  
control:  
d. Tal vez, con otro plan.

Figura 11. Tarea de E4 toma 4

g. Si sigo el plan más lo aprendido de la clase pasada.

Evaluación

h. Fue la asimilación con el problema explicado en clase por la docente Daniela.

Más el plan utilizado en ese caso, modificado al planteado ahora

y principalmente mi plan.

i. No, creo que es un tema no tan complejo.

Figura 12. Tarea de E4 corrección al compañero toma 5

corrección  
Estaba un poco errónea un poco  
en la ubicación en el plano  
y la ubicación o reemplazo de  
las fórmulas  
siguió el plan.

## Anexo 6. Análisis de tareas según su perfil metacognitivo

**T2: Se ubica en la práctica guiada-cooperativa.**

**HIZO NADA: E8**

No realizó la actividad, con o sin la respuesta de las preguntas metacognitivas.

**HIZO PLANEACIÓN: E35**

Figura 13. Tarea de E35 toma 1

**aplicación de la  
función LINEAL**

a) leer y determinar del texto  
no comprende que se le  
compara para comprender el  
ejercicio

**PLAN**

- Definir las variables
- Organizar las expresiones en una  
tabla
- elaborar una gráfica
- Dibujo
- Definición de variables

Dependiente (x) temperatura  
independiente (y) tiempo

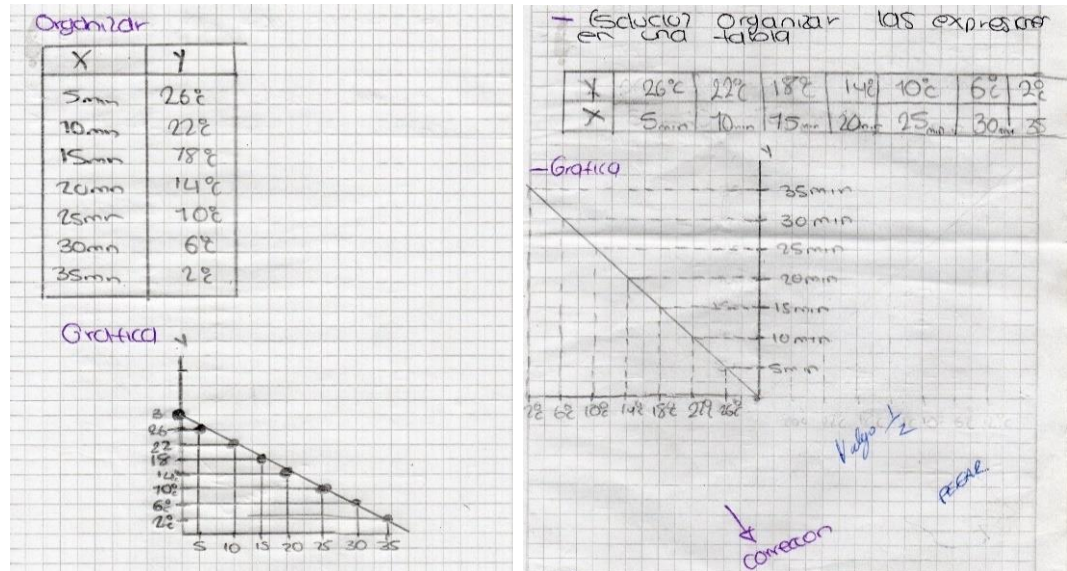
Le faltó agregar en el **plan** "hallar la expresión algebraica", como no lo puso en el plan, ejecutó hasta la gráfica según como lo tenía. No trabajó con un compañero porque no le hicieron correcciones.

Relacionó erróneamente la variable independiente con el eje  $y$ , y la dependiente con el eje  $x$ . De modo que la gráfica le quedó invertida. A pesar de ello reconoce las magnitudes dependientes e independientes.



En el trabajo de clase se hizo el llamado para corregir la gráfica, al no trabajar con el compañero no tuvo quien hiciera el papel de “control”, y ella misma tampoco hizo un buen control, pues no se percató de que ponía números positivos en la parte izquierda del eje  $x$ .

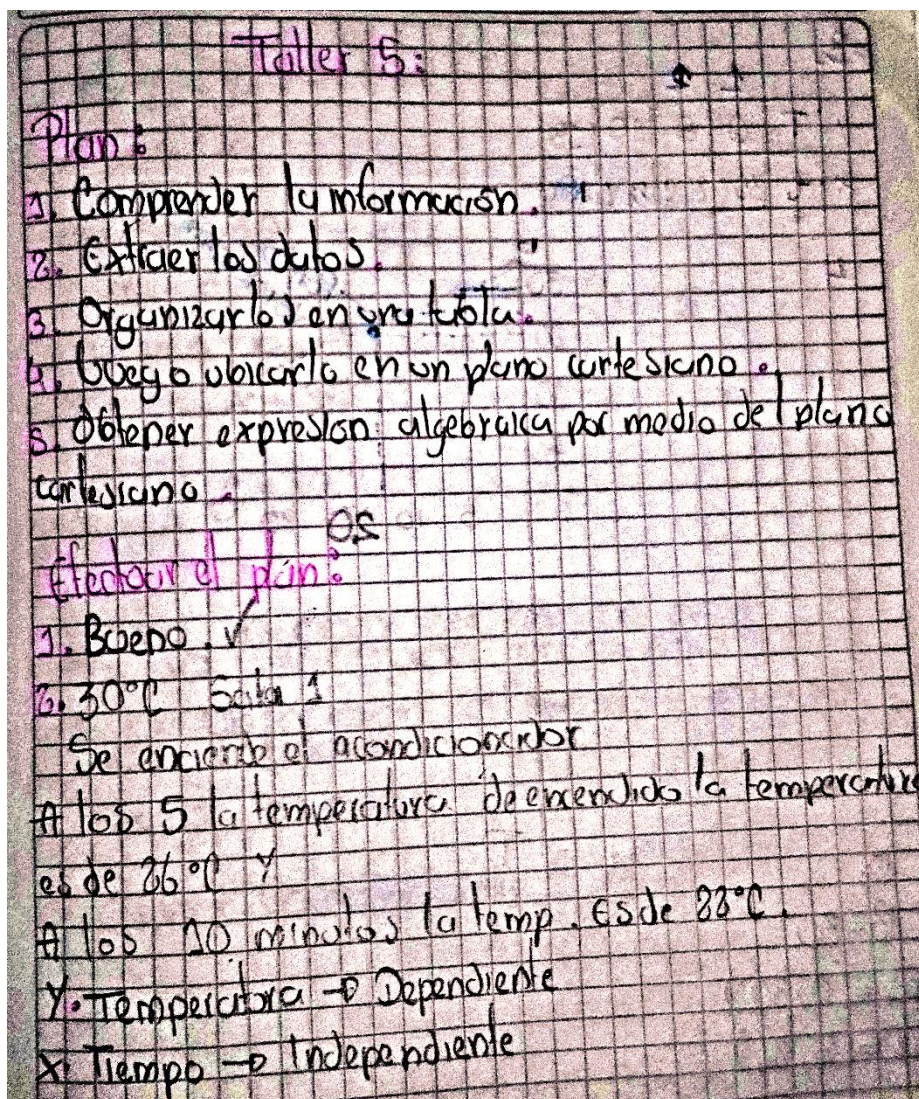
Figura 14. Tarea de E35 toma 2



Después de las correcciones se dejó que continuaran, esperaba a que culminara el proceso, sin embargo, no lo hizo, quizá debido a que no escribió en el plan el formar la expresión algebraica.

## HIZO PLANEACIÓN Y CONTROL: E5

Figura 15. Tarea de E5 toma 1.



Elabora un **plan**, y lo sigue. Se interpreta que, para la estudiante, el paso: “extraer los datos” incluye la determinación de que magnitud es independiente y dependiente.

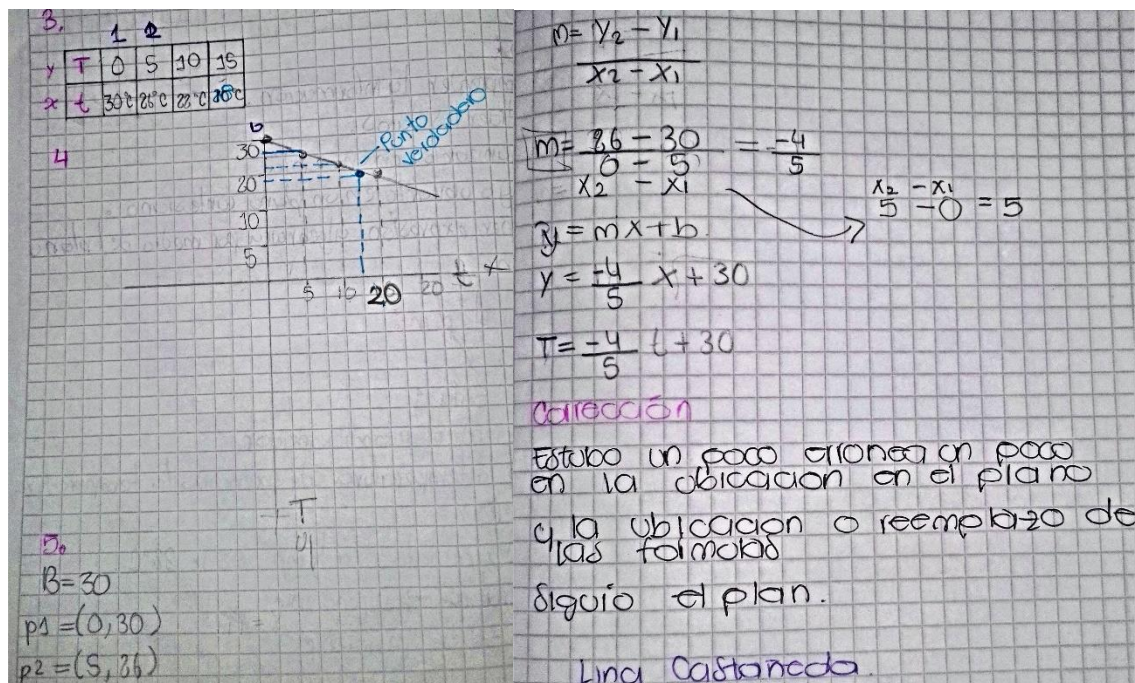
Su compañera E4 realiza el **control**, sugiriendo correcciones que E5 acoge. De modo que corrige la sustitución del numerador de la pendiente y la escala del eje y,



se alcanza a observar que pone un 20, por encima de otro número. Esta última corrección no es pertinente, debió dejar el 15.

Sin embargo, no hace la parte de evaluación de lo elaborado y logra obtener la forma algebraica de la función lineal.

Figura 16. Tarea de E5 toma 2



#### HIZO TODO: E4

En la planeación E4 propone pasos precisos, a pesar de no estar organizados en un párrafo resulta claro su plan (ver Figura 8).

A pesar de seguir todos los puntos de la guía, la compañera E5 no realiza un control juicioso de la actividad de E4, puesto que no se percata del error. E4 tampoco es consciente de los errores presentados en la gráfica (ver Figura 9) de modo que su decisión es continuar con los pasos propuesto por la guía, que requieren que el

docente realice parte del control, pero la docente sólo se fijó en la planeación, rápidamente miró el proceso algebraico y que la ecuación de la recta estuviera bien.

A pesar de no observar los errores propios, E4 si logra identificar errores en la tarea de su compañera E5 y ubica el error (ver Figura 12).

Figura 17. Tarea E4 toma 1.

Handwritten mathematical work on grid paper:

$$5. y = mx + b$$
$$b = 30$$
$$P_1 = (0, 30)$$
$$P_2 = (5, 26)$$
$$m = \frac{26 - 30}{5 - 0} = \frac{-4}{5}$$
$$y = \frac{-4}{5}x + 30$$
$$T = \frac{-4}{5}b + 30$$

control:

d. Tal vez, con otro plan.

Ya en la evaluación no se limita solamente a dar agradecimientos como la mayoría de la clase. En su lugar expresa qué le ayudó para asimilar el problema y cómo obtuvo el plan. A pesar de ello hace falta que sea más explícita en cuales fueron las modificaciones del plan reciclado en la fase de instrucción explícita, expresar puntualmente que fue lo que quitó o lo que agregó y por qué (ver Figura 11).

### Anexo 7. Diario: instrucción metacognitiva (Tarea T2).

Fecha: lunes 01-10-2018.

Curso: 9-1-Matemáticas

P: Profesor titular: Luisa Fernanda Leal.

PR: Practicante: Jenny Daniela Gutiérrez G.

---

Me preocupaba demasiado terminar la temática de función lineal, en cuanto a la instrucción. Pero la profesora Luisa se tomó un buen rato para arreglar cuestiones de papeleo acerca de la salida al ancianato, de modo que la clase inicia a la 1:02 pm, tomé la decisión de dar toda la instrucción, pues el viernes 5 no iba a estar por la exposición, así que ese día quedarían con un taller.

En la clase hice énfasis en la planeación, expliqué cómo pasar de la representación gráfica a la algebraica y viceversa. Una vez quedaba planteado el ejercicio preguntaba por los pasos que hice es decir le dije

“con lo que hicimos quiero que hagan un plan, deben extraer de lo que hicimos unos pasos. Para obtener la expresión algebraica, debo obtener primero que, y segundo que debo hacer”

**E37** tomaba la iniciativa de responder a las preguntas desde su puesto, “pues primero debemos hallar.... Y después...”

Todos estaban condicionados a que **E34** hablara.

Intenté incentivarlos con puntos adicionales en el quiz, pero nadie se animaba. Aparte de ello no hubo actividad respecto a la metacognición.

Se presentan los proyectos para el día de la ciencia, el de la Torre de Hanoi y el Teorema de Pick mientras Luisa seleccionaba a los estudiantes que deben hacer los proyectos.

Luisa trata de llamarles la atención, y los regaña.

Pregunto si terminaron el taller. Dicen que no, les doy tiempo sólo porque se trata de la práctica cooperativa pues el último punto de 5 era el punto grupal y relacionado con la metacognición.

Mientras trabajan en ello, platico con algunos estudiantes.



Les puse un ejercicio para hacer, y les pregunté: bueno ¿cuál es el plan? E34 comenzó a expresar ideas, yo también cooperaba en ello. En el transcurso me di cuenta que hacía falta poner en el plan hallar b, y les dije.

“¡Miren muchachos!, ¡nos faltó algo en el plan!, no pusimos en los pasos hallar a b.”

Creo que fue bueno que, durante la ejecución, de la planeación nos faltara poner en el plan “hallar o identificar b”

### **Habilidades metacognitivas evidenciadas. E34**

presenta gran habilidad para la planeación, al menos era quien la hacía evidente en el grupo. Ninguno se percató que hacía falta en el plan un paso más. Es decir, presentan debilidad aún al hacer control y en el uso del plan.

### **Pertinencia de las actividades.**

Se hizo bastante énfasis en la planeación. Cuando hice el dibujo del plano cartesiano, me hice en la parte de atrás para ver cómo iban los muchachos, en esa miré el tablero y me percaté que hacía falta poner líneas punteadas para identificar las coordenadas de los puntos.

### **Modificaciones.**

A pesar de que no usé video beam creo que para la próxima vez es mejor no usarlo, porque no observa bien los elementos del plano cartesiano, ni la curva a enseñar.

### **Errores que presentan los estudiantes.**

No encontré ninguno, como dije la clase fue casi todo instrucción.

### **Anexo 8. Diario práctica cooperativa (Tarea T3).**

Fecha: lunes 19-11-2018.

Curso: 9-1-Matemáticas

P: Profesor titular: Luisa Fernanda Leal.

PR: Practicante: Jenny Daniela Gutiérrez G.

---

**E2**, para encontrar la ecuación de la recta intenta buscar una especie de patrón.

**E30Y E42** se acercan para dudas puntuales, tienen confusión en cuál es la variable independiente y cual la dependiente.

A pesar de que el ejercicio les dice que aumenta cada cinco minutos, ellas persisten en que aumenta cada 10 minutos, de modo que quieren hacer la tabla de 10 en 10 para el eje x.

**E32** piensa que es mejor de 10 en 10.

Le pregunto a **E42** cuál cree que es la correcta, dice que tiene más confianza con el de 5 minutos, pero tiene la duda que quizá sea de 10 en 10.

**E29 Y E34**. Me acerco a ellos, porque van demasiado rápido en comparación con el resto del curso. Ya van en la parte final.

**E34**: (le recomienda a **E29**) Debe hacer una solución alterna.

Yo: ¿Como? ¿Una solución alterna?, eso me hace entender que hay más de una solución para el ejercicio.

**E34**: No, espere profe, él debe hacer más soluciones para asegurarse que este bien.

Se refería a las soluciones, al reemplazo del tiempo para que le dé la temperatura que ellos esperan. De modo que no concretaron la ecuación de la recta. A pesar de ello, les hago una recomendación en cuanto al plan y les escribo que deben agregar como último punto, hacer la expresión algebraica. A uno de los estudiantes de alrededor (que también estaban haciendo lo mismo), le digo que tiene que concretar la función, y le hago explícito a que me refiero, me comprende, pero no le da mucha importancia, parece que con las “soluciones” es suficiente para ellos.

**E7 Y E18.** Se dejaron influenciar por lo que **E42** les decía, a pesar de que no hacía parte del equipo de trabajo.

Ella les dijo que las variables se definían al contrario (sin embargo, **E7** y **E18** lo tenían bien).

Yo: ¿Por qué se dejaron convencer?

Dicen nada.

Yo: ¿Se dejaron convencer, sin explicaciones? Ustedes deben defender sus ideas, no deben cambiar porque les dicen y menos si no hay una razón.

**E39 Y E40.** A **E40** le hace falta escribir la ecuación, al igual que **E34** y **E29**, este grupo tiene el mismo problema. Sin embargo, ellos identifican bien las variables, la pendiente y b.

**E4 Y E5.** **E4** estuvo muy independiente, trabajó con poca ayuda del maestro, y casi sin correcciones de su compañera. Ella se acerca al final para que haga correcciones de su tarea y tiene líneas para que le firme que le revisé, me pareció muy gracioso. Sin embargo, le firme.

**Habilidades metacognitivas evidenciadas.** En esta actividad los estudiantes no solicitaban tantas veces, ni con tanto apuro ayuda del docente, sobre todo los estudiantes que, en sesiones anteriores, mostraron avance en las habilidades metacognitivas.

**Pertinencia de las actividades.** Dejar un ejemplo de temperatura al igual que la instrucción, se piensa que facilitó sobre manera la definición de la magnitud independiente y dependiente.

**Modificaciones.** En esta sesión, se modificó la forma de hacer las viñetas, ya no es a) b) c) por cada apartado (Planeación, control y evaluación) en su lugar se dispuso a poner las letras de corrido, pues en trabajos anteriores los estudiantes tendían a escribir las respuestas de esa forma y además se evita la confusión de asignar ítems a respuestas que no tienen que ver.

**Errores que presentan los estudiantes.** Algunos estudiantes presentan errores de graficación, poniendo escalas erróneas, etiquetando la escala positiva en el lado izquierdo del eje x.

Para una estudiante la variable dependiente se encontraba en el eje x y la independiente en el eje y.

Varios estudiantes se ubicaron en el perfil hizo todos, Pues a pesar de llevar un buen proceso, al final no escribían la ecuación de la recta, sin embargo, identificaban los elementos para conformar la ecuación y hacían sustituciones, las cuales llamaban “soluciones”, esta les daba la confirmación de que estaba todo bien, de modo que entre más “soluciones” presentaba más confirmado quedaba el ejercicio.

## Anexo 9. MAI.

### INVENTARIO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS.

A continuación, te presentamos una serie de preguntas sobre tu comportamiento o actitudes más comunes hacia tus trabajos y tareas académicas del área de Matemáticas (debes tener como referencia el problema que acabaste de solucionar). Lee detenidamente cada pregunta y responde qué tanto el enunciado te describe a ti; no en términos de cómo piensas que debería ser, o de lo que otros piensan de ti. No hay respuestas correctas o incorrectas; por favor contesta todos los enunciados; no te entretengas demasiado en cada pregunta; si en alguna tienes dudas, anota tu primera impresión. Tus respuestas serán empleadas para propósitos investigativos. En cada afirmación marca de 1 a 5 (usa el 3 el menor número de veces que sea posible) teniendo en cuenta que:

1	2	3	4	5
<i>Completamente en desacuerdo</i>	<i>En desacuerdo</i>	<i>Ni en desacuerdo ni de acuerdo</i>	<i>De acuerdo</i>	<i>Completamente de acuerdo</i>

1. Me pregunto constantemente si estoy alcanzando mis metas	1	2	3	4	5
2. Pienso en varias maneras de resolver un problema antes de responderlo	1	2	3	4	5
3. Intento utilizar estrategias que me han funcionado en el pasado	1	2	3	4	5
4. Mientras estudio organizo el tiempo para poder acabar la tarea	1	2	3	4	5
5. Soy consciente de los puntos fuertes y débiles de mi inteligencia	1	2	3	4	5
6. Pienso en lo que realmente necesito aprender antes de empezar una tarea	1	2	3	4	5
7. Cuando termino un examen sé cómo me ha ido	1	2	3	4	5
8. Me propongo objetivos específicos antes de empezar una tarea	1	2	3	4	5
9. Voy más despacio cuando me encuentro con información importante	1	2	3	4	5
10. Tengo claro qué tipo de información es más importante aprender	1	2	3	4	5
11. Cuando resuelvo un problema me pregunto si he tenido en cuenta todas las opciones	1	2	3	4	5
12. Soy bueno para organizar información	1	2	3	4	5
13. Conscientemente centro mi atención en la información que es importante	1	2	3	4	5
14. Utilizo cada estrategia con un propósito específico	1	2	3	4	5
15. Aprendo mejor cuando ya conozco algo sobre el tema	1	2	3	4	5
16. Sé qué esperan los profesores que yo aprenda	1	2	3	4	5
17. Se me facilita recordar la información	1	2	3	4	5
18. Dependiendo de la situación utilizo diferentes estrategias de aprendizaje	1	2	3	4	5
19. Cuando termino una tarea me pregunto si había una manera más fácil de hacerla	1	2	3	4	5
20. Cuando me propongo aprender un tema, lo consigo	1	2	3	4	5
21. Repaso periódicamente para ayudarme a entender relaciones importantes	1	2	3	4	5

22. Me hago preguntas sobre el tema antes de empezar a estudiar	1	2	3	4	5
23. Pienso en distintas maneras de resolver un problema y escojo la mejor.	1	2	3	4	5
24. Cuando termino de estudiar hago un resumen de lo que he aprendido	1	2	3	4	5
25. Pido ayuda cuando no entiendo algo	1	2	3	4	5
26. Puedo motivarme para aprender cuando lo necesito	1	2	3	4	5
27. Soy consciente de las estrategias que utilizo cuando estudio	1	2	3	4	5
28. Mientras estudio analizo de forma automática la utilidad de las estrategias que uso	1	2	3	4	5
29. Uso los puntos fuertes de mi inteligencia para compensar mis debilidades	1	2	3	4	5
30. Centro mi atención en el significado y la importancia de la información nueva	1	2	3	4	5
31. Me invento mis propios ejemplos para poder entender mejor la información	1	2	3	4	5
32. Me doy cuenta de si he entendido algo o no.	1	2	3	4	5
33. Utilizo de forma automática estrategias de aprendizaje útiles	1	2	3	4	5
34. Cuando estoy estudiando, de vez en cuando hago una pausa para ver si estoy entendiendo	1	2	3	4	5
35. Sé en qué situación será más efectiva cada estrategia	1	2	3	4	5
36. Cuando termino una tarea me pregunto hasta qué punto he conseguido mis objetivos	1	2	3	4	5
37. Mientras estudio hago dibujos o diagramas que me ayuden a entender	1	2	3	4	5
38. Después de resolver un problema me pregunto si he tenido en cuenta todas las opciones.	1	2	3	4	5
39. Intento expresar con mis propias palabras la información nueva	1	2	3	4	5
40. Cuando no logro entender un problema cambio las estrategias	1	2	3	4	5
41. Utilizo la estructura y la organización del texto para comprender mejor	1	2	3	4	5
42. Leo cuidadosamente los enunciados antes de empezar una tarea	1	2	3	4	5
43. Me pregunto si lo que estoy leyendo está relacionado con lo que ya sé	1	2	3	4	5
44. Cuando estoy confundido me pregunto si lo que suponía era correcto o no	1	2	3	4	5
45. Organizo el tiempo para lograr mejor mis objetivos	1	2	3	4	5
46. Aprendo más cuando me interesa el tema	1	2	3	4	5
47. Cuando estudio intento hacerlo por etapas	1	2	3	4	5
48. Me fijo más en el sentido global que en el específico	1	2	3	4	5

49. Cuando aprendo algo nuevo me pregunto si lo entiendo bien o no	1	2	3	4	5
50. Cuando termino una tarea me pregunto si he aprendido lo máximo posible	1	2	3	4	5
51. Cuando la información nueva es confusa, me detengo y la repaso	1	2	3	4	5
52. Me detengo y releo cuando estoy confundido	1	2	3	4	5

### **Anexo 10. Número de estudiantes participantes en investigaciones con estrategias metacognitivas.**

<b>ESTUDIO</b>	<b>AUTORES</b>	<b>NÚMERO DE ALUMNOS</b>	<b>OBSERVACIÓN</b>
Desarrollo de la metacognición al resolver problemas de adición de números enteros	- Carlos Acosta Carros - Roberto Bravo Castro - Alberto Campo Torné - Maisi Fontalvo Yaruro	1	Estudio de caso
Incidencia del uso de estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de ciencias naturales y matemáticas.	- Sandra Patricia Barbosa Barbosa. - Danny Liliana Beltrán Fonseca - Sandra Ramírez tinoco	43	3 investigadoras.
La regulación metacognitiva y la resolución de problemas en el proceso de aprendizaje de la función lineal.	Eduar Bolívar Anacona Obando	3	Estudio de caso.
Procesos cognitivos y metacognitivos que emplean los niños de tercer grado durante la resolución de problemas matemáticos.	Cristina Bolívar	5	Estudio de caso.
Nuevas tendencia en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la metacognición.	Ana Miranda y Gabriela Acosta.	22	2 investigadoras
Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas.	- Dorinda Mato-Vázquez - Eva Espiñeira - Vicente a. López-chao	Promedio de 15 estudiantes	Se realizó la investigación en varios centros educativos. la muestra que se escogió por centro educativo representaba en promedio al 12 por ciento de la población de cada centro educativo.
Efecto del entrenamiento en autorregulación para el aprendizaje de la matemática	- Luis Bayardo Sanabria Rodríguez - Nilson Genaro Valencia Vallejo - Jaime Ibáñez Ibáñez	29	3 investigadores.

## Anexo 11. Prueba de matemáticas.

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Grado: (9.1)

*Instrucciones: Esta hoja se debe entregar en el momento que el docente practicante lo indique. El tiempo permitido para responder esta prueba es de 30 minutos. Por favor escriba su nombre completo y tenga en cuenta las indicaciones que da el docente para el desarrollo del problema, el cual se debe responder individualmente SIN NINGÚN tipo de ayuda (calculadora, compañeros, apuntes, medios tecnológicos, docente titular y docentes practicantes). Lea cuidadosamente el enunciado. Para responder la pregunta que se plantea en la situación por favor escriba todo lo que piensa para solucionar el problema y proceda a desarrollarlo. Cuando finalice la prueba, levante la mano para que el docente practicante le haga entrega del siguiente trabajo a desarrollar.*

### **SITUACIÓN PROBLEMA:**

Un turista pagó un total de 180.000 pesos en un hotel. La cuenta incluye el costo de tres noches de hospedaje y 48.000 pesos de alimentación. ¿Cuántos pesos pagó el turista, por cada noche de hospedaje?



## RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO

<b>A. TIPO DE DOCUMENTO OPCIÓN DE GRADO</b>	Trabajo de grado.
<b>B. ACCESO AL DOCUMENTO</b>	Universidad de los Llanos, Biblioteca Jorge Boshell Manrique.
<b>1. TÍTULO DEL DOCUMENTO</b>	Metacognición y aprendizaje de las matemáticas: el caso de la función lineal.
<b>2. AUTORES</b>	GUTIÉRREZ, Jenny Daniela; VARGAS, Julián Andrés
<b>3. LUGAR Y AÑO DE PUBLICACIÓN</b>	Villavicencio, 2019.
<b>4. UNIDAD PATROCINANTE</b>	Universidad de los Llanos
<b>5. PALABRAS CLAVES</b>	Metacognición, matemáticas, función lineal, aprendizaje, regulación, cognición.
<b>6. DESCRIPCIÓN</b>	<p>Este trabajo se propuso analizar el aprendizaje de concepto función lineal mediado por la metacognición en un grupo de escolares de grado 9 de la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo. Se acogió la idea de metacognición según Ann Brown.</p> <p>Se escogió la metacognición debido a que el análisis de las pruebas PISA y SABER, en los niveles superiores (de PISA) y al menos en dos competencias (para SABER) requieren procesos metacognitivos.</p> <p>De modo que el proyecto atendió a la siguiente cuestión: ¿Cuáles son las habilidades metacognitivas que favorecen el aprendizaje del concepto función?</p> <p>En cuanto la creación de las sesiones de clase de matemáticas se adoptó como referente a Luis Rico y Pedro Gómez y respecto a la intervención en el aula se empleó instrucción Metacognitiva elaborada por la investigadora Mateos.</p>
<b>7. FUENTES</b>	ANACONA, Eduard. La regulación metacognitiva y la resolución de problemas en el proceso de aprendizaje de la función lineal. Magister en enseñanza de las ciencias. Manizales.: Universidad de Manizales, 2018. 120 p.

	<p>Disponible en: &lt; <a href="http://hdl.handle.net/11182/1238">http://hdl.handle.net/11182/1238</a> &gt; [citado en 25 de octubre de 2018]</p> <p>BARBOSA, Sandra, BELTRAN, Danny y RAMIREZ, Sandra. Incidencia del uso de estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de ciencias naturales y matemáticas. Maestría en pedagogía. Chía.: Universidad de la sabana, 2016. 216 p. Disponible en: &lt; <a href="https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/28202">https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/28202</a> &gt; [citado en 6 de noviembre de 2018]</p> <p>CRESPO, María. La Metacognición: Las diferentes vertientes de una Teoría. En: Revista signos [En línea]. Vol. 33, No 48. Valparaíso, 2004; p. 97-115. Disponible en: &lt; <a href="https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S0718-09342000004800008">https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S0718-09342000004800008</a> &gt; [citado en 8 de octubre de 2018]</p> <p>HUERTAS, Adriana, VESGA, Grace y GALINDO, Mauricio. Validación del instrumento 'Inventario de habilidades metacognitivas (MAI)' con estudiantes colombianos. En: Praxis &amp; Saber [En línea]. Vol. 5, No 10 (2014); p. 56-74. Disponible en: &lt; <a href="http://www.scielo.org.co/pdf/prasa/v5n10/v5n10a04.pdf">http://www.scielo.org.co/pdf/prasa/v5n10/v5n10a04.pdf</a> &gt; [citado en 16 de octubre de 2018]</p> <p>LÓPEZ, Jesús y SOSA, Landy. Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. En: Acta latinoamericana de matemática educativa [En línea]. Vol. 21 No 1 (2008); p 308-318. Disponible en: &lt; <a href="https://clame.org.mx/uploads/actas/alme21.pdf">https://clame.org.mx/uploads/actas/alme21.pdf</a> &gt; [citado 13 de octubre de 2018]</p> <p>MATEOS, Mar. Metacognición y educación. 1 ed. Buenos Aires.: Aique, 2001. 132 p. ISBN 950-701-772-0.</p> <p>MATO-VAZQUEZ, Dorinda, ESPIÑEIRA Eva y LOPEZ-CHAO, Vicente. Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. En: Perfiles Educativos. Vol. 39 No. 158 (2017); p. 151-172. Disponible en: &lt; <a href="http://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v39n158/0185-2698-peredu-39-158-00091.pdf">http://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v39n158/0185-2698-peredu-39-158-00091.pdf</a> &gt; [citado en 20 de octubre de 2018]</p>
--	--

	<p>2018]</p> <p>PULIDO, Luz. Procesos metacognitivos que llevan a cabo estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo del Colegio Agustín Fernández I.E.D. durante la resolución de problemas matemáticos. Maestría en educación. Bogotá,D.C : Pontificia Universidad Javeriana, 2014. 146 p. Disponible en: &lt;  <a href="https://repository.javeriana.edu.co/handle/10554/12366">https://repository.javeriana.edu.co/handle/10554/12366</a> &gt;  [citado en 8 de junio de 2019]</p>
<b>8. CONTENIDOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducción</li> <li>• Marco referencial <ul style="list-style-type: none"> <li>– Referentes legales y curriculares</li> <li>– Metacognición: diferentes posturas</li> <li>– Metacognición: aspectos fundamentales</li> <li>– Metacognición desde una nueva perspectiva</li> <li>– Instrucción metacognitiva</li> <li>– Habilidades metacognitivas</li> <li>– Marco referencial de la función lineal</li> </ul> </li> <li>• Materiales y métodos <ul style="list-style-type: none"> <li>– Tipo de investigación</li> <li>– El contexto y los participantes de la investigación</li> <li>– Las fuentes de análisis para la investigación</li> </ul> </li> <li>• Resultados y análisis de resultados</li> <li>• Conclusiones</li> <li>• Recomendaciones</li> </ul>
<b>9. METODOLOGÍA</b>	<p>Este proyecto se realizó con un enfoque cualitativo dando prioridad al análisis de tipo descriptivo-explicativo, basado en la Investigación Acción (I.A), la cual se apoya en la experiencia de la práctica en el aula de clase.</p> <p>El proceso de la I.A marcha sobre “una espiral de reflexión que consta de cuatro fases relacionadas: planificación, acción, observación y reflexión” .</p> <p>En términos generales la espiral de reflexión parte del plan que incluye la revisión del problema de investigación; la acción se refiere a la implementación del plan de acción; la observación incluye una evaluación de la acción a través de métodos y técnicas apropiados; la reflexión se realiza sobre los resultados de la evaluación y sobre la acción total,</p>

	<p>conlleando a un nuevo problema de investigación y, por supuesto, a un nuevo ciclo de planificación, acción, observación y reflexión.</p> <p>Para el presente trabajo se reconoció la existencia de varios métodos de instrucción en habilidades metacognitivas, en nuestro caso se trabajó con el método utilizado en el año 2016 por Barbosa y compañía , este método fue propuesto por la investigadora Mateos, y consiste en entregar al estudiante paulatinamente la responsabilidad de autorregulación y se concreta en cuatro momentos: a) instrucción explícita, b) la práctica guiada, c) la práctica cooperativa y d) la práctica individual.</p>
<p><b>10.</b> <b>CONCLUSIONES</b></p>	<p>Respecto a la tarea T3 desarrollada por los estudiantes, bajo la mirada de los niveles de desempeños, tuvieron mejor nivel en la competencia interpretación y representación. Esta competencia está poco relacionada con la metacognición comparada con las otras dos competencias (argumentación y, formulación y ejecución) y es la que usualmente se suele trabajar en las actividades matemáticas de la clase. Por otro lado, el desempeño de la competencia argumentación, en general fue bajo, interpretamos que fue debido a que los estudiantes no utilizan términos matemáticos para justificar y evaluar sus procesos en el desarrollo de una tarea, en su lugar emiten juicios de valor (subjetivos).</p> <p>Respecto a las habilidades metacognitivas, el proceso que más evidenciaron los estudiantes en el desarrollo de las tareas fue la planeación, ya que esta les representa el camino o la guía para poder solucionar las tareas, sin importar si no es adecuada la planeación. Por otro lado, las habilidades metacognitivas con bajo dominio por parte de los estudiantes, son las de control y evaluación por el bajo desempeño que tienen en la competencia de argumentación. Se determina que es de bajo dominio, respecto al modo en que los estudiantes realizaron estos procesos, puesto que eran desarrollados parcialmente o las correcciones no llevaban a buen término la solución del ejercicio, o si bien se realizaban los procesos, pero no en términos matemáticos, en su lugar eran respuestas subjetivas. Se concluye que estos actos fueron debido a su inexperiencia en tareas metacognitivas, y el tiempo no les ayudó a adquirir pericia.</p>

	<p>En la planeación los estudiantes son poco específicos en la elaboración de un plan, pero tienen altos niveles de consciencia en la determinación de información importante para el buen término de un ejercicio, lo cual no implica un dominio impecable durante el desarrollo. Los estudiantes poco utilizaban diagramas para la solución de las tareas, suponemos que es debido a que no todas las tareas matemáticas requieren esquema para solucionar el problema o entenderlo.</p> <p>Al relacionar los niveles de desempeños con las habilidades metacognitivas, se concluye que estas últimas logran llevar a los estudiantes a mejores niveles en su aprendizaje cuando se promueven en conjunto.</p> <p>Respecto al perfil metacognitivo se concluye que en la medida que se promueve más habilidades metacognitivas, se progresa en la adquisición de competencias matemáticas. De esta forma, un estudiante adquiere la competencia formulación-ejecución a través del desarrollo de las habilidades planeación y control, una vez demuestre dominio en estas, el estudiante progresará a la competencia argumentación cuando adquiera también la habilidad de la evaluación.</p>
--	---